



УДК 620.179.16

Красковский А.П.

Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт".

Украина, г. Киев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗИРОВАННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С УЧЕТОМ КОМПЛЕКСНОГО ВЛИЯНИЯ ПОБОЧНЫХ ЭФФЕКТОВ

Представлены математические модели пространственно-временных характеристик ультразвуковых линейных фазированных антенных решеток пьезоэлектрических преобразователей с учетом комплексного влияния основных побочных эффектов, в режимах излучения и приема импульсных сигналов. Рассмотрены примеры применения предложенных математических моделей при проектировании фазированных антенных решеток пьезопреобразователей для ультразвуковой дефектоскопии материалов и изделий из металла.

Ключевые слова: ультразвуковой преобразователь; фазированная антенная решетка; пространственно-временные характеристики; математические модели

Введение

В современной мировой и отечественной практике неразрушающего контроля изделий из металлов все большее распространение приобретают ультразвуковые дефектоскопы-томографы (УЗДТ) на основе фазированных антенных решеток пьезоэлектрических преобразователей (ФАР ПЭП). Известно, что разрешающая способность УЗДТ определяется параметрами пространственно-временных характеристик (ПВХ) ФАР ПЭП. В условиях практического конструирования экспериментальные ПВХ реальных ФАР ПЭП существенно отличаются от расчетных (потенциально возможных) ПВХ теоретических моделей. Это связано с возникновением в реальных ФАР ПЭП различного рода побочных эффектов, таких как: инерционность колебаний ПЭП, возбуждение "паразитных" мод колебаний в ПЭП; действие эффективной апертуры ПЭП; взаимная связь между ПЭП; эффекты, обусловленные неидентичностью и неточностью пространственного положения ПЭП; краевые эффекты и других, обусловленных конструктивно-технологическими факторами проектирования и изготовления ФАР ПЭП. Эти эффекты оказывают значительное негативное влияние на ПВХ реальных ФАР ПЭП, что в процессе ультразвукового контроля приводит к снижению разрешающей способности УЗДТ и, следовательно, к искажению изображения дефектов и к частичной или полной потере достоверной информации об их величине, характере и местоположении. Таким образом, при

построении теоретической модели ФАР ПЭП адекватной ее реальному образцу, необходимо учитывать влияние, как минимум, вышеуказанных побочных эффектов. Несмотря на то, что математическому моделированию линейных ФАР ПЭП с учетом влияния побочных эффектов посвящено немало публикаций [1, 2], в большинстве из этих работ, как правило, исследуется влияние лишь одного или нескольких из существующих в реальных линейных ФАР ПЭП побочных эффектов, без взаимодействия с остальными и, следовательно, без учета их комплексного (совместного) влияния на ПВХ моделируемых ФАР ПЭП. Создание адекватных математических моделей ПВХ линейных ФАР ПЭП с учетом комплексного влияния основных побочных эффектов, полностью в аналитическом виде, является крайне сложной задачей. Ее решение требует значительных вычислительных ресурсов, при этом полученные аналитические выражения неудобны для инженерной практики [3]. В этом случае, для достижения адекватности моделей предпочтительно следует отдавать аналитико-экспериментальным методам [4].

Цель статьи

Построение адекватных математических моделей ПВХ линейных ФАР ПЭП с учетом комплексного влияния основных побочных эффектов, в режимах излучения и приема импульсных сигналов с использованием аналитико-экспериментальных методов. При этом в качестве исходных дан-

ных используются значения полученных экспериментально импедансно-частотных характеристик пьезопреобразователей ФАР, а также характеристик распределения амплитуды колебательного давления на излучающих поверхностях пьезопреобразователей ФАР, которые измеряются однократно для данной конструкции ФАР ПЭП, после чего производится их аппроксимация математическими функциями, с целью дальнейшего использования при теоретических расчётах.

Математическая модель ПВХ линейной ФАР ПЭП с учетом комплексного влияния основных побочных эффектов в режиме излучения импульсных сигналов

Представим импульс колебательного давления в произвольной точке излучающей поверхности отдельного пьезопреобразователя ФАР в виде пространственно-временного сигнала:

$$P(x, y, t) = A(x, y) \cdot P(t), \quad (1)$$

где $A(x, y)$ – амплитуда давления в точке x, y , $P(t)$ – форма импульса во времени.

Из-за соизмеримости геометрических размеров пьезопреобразователя ФАР с длиной акустической волны будем считать, что каждая точка поверхности ПЭП излучает одинаковый по форме импульс $P_n(t)$.

Определим форму импульса $P_n(t)$ на поверхности ПЭП.

Для этой цели представим отдельный пьезопреобразователь линейной ФАР в виде эквивалентного четырёхполюсника с электрической цепью возбуждения (рис. 1).

Используя обратное преобразование Фурье импульс $P_n(t)$ можно записать в виде:

$$P_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_n(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega, \quad (2)$$

где $P_n(j\omega)$ – частотный спектр импульса, который можно описать выражением (рис. 1):

$$P_n(j\omega) = U_r(j\omega) \cdot K_H(j\omega) \cdot K_{PU}(j\omega) \quad (3)$$

здесь: $U_r(j\omega)$ – частотный спектр заданного электрического возбуждающего импульса $U_r(t)$; $K_H(j\omega)$ – передаточная функция входной электрической цепи возбуждения; $K_{PU}(j\omega)$ – передаточная функций ПЭП по напряжению.

Определим, в частности $U_r(j\omega)$, используя прямое преобразование Фурье:

$$U_r(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_r(t) \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (4)$$

где $U_r(t)$ – заданный электрический возбуждающий импульс, а также $K_H(j\omega)$:

$$K_H(j\omega) = Z_{П.Э}(j\omega) / [R_G + Z_{П.Э}(j\omega)], \quad (5)$$

где R_G – активное сопротивление генератора; $Z_{П.Э}(j\omega)$ – электрическое (входное) сопротивление пьезопреобразователя.

Для определения $K_{PU}(j\omega)$ представим уравнения пьезопреобразователя ФАР (рис. 1) в системе Z параметров в режиме излучения:

$$\begin{cases} U_H(j\omega) = Z_{11}(j\omega) \cdot I_H(j\omega) + Z_{12}(j\omega) \cdot V_H(j\omega); \\ F_H(j\omega) = Z_{21}(j\omega) \cdot I_H(j\omega) + Z_{22}(j\omega) \cdot V_H(j\omega), \end{cases} \quad (6)$$

где $U_H(j\omega)$ и $I_H(j\omega)$; $F_H(j\omega)$ и $V_H(j\omega)$ – соответственно, электрические – напряжение и ток; акустические – сила и колебательная скорость; $Z_{11}(j\omega)$, $Z_{12}(j\omega)$, $Z_{21}(j\omega)$, $Z_{22}(j\omega)$ – коэффициенты четырёхполюсника.

Для определения $U_{PU}(j\omega)$ и $U_{PI}(j\omega)$ при $V_H(j\omega) = F_H/Z_a$ и $P_H(j\omega) = F_H(j\omega)/S$ из системы (6) необходимо найти значения $Z_{11}(j\omega)$, $Z_{22}(j\omega)$, $Z_{12}(j\omega)$. Согласно [5] для этого достаточно измерить $Z_{П.Э}(j\omega)$ пьезопреобразователя ФАР при трех различных, но известных сопротивлениях нагрузки, т.е. $Z_{П.Э}(j\omega)$ при Z_a ; $Z'_{П.Э}(j\omega)$ при Z'_a ; при $Z''_{П.Э}(j\omega)$, а затем решить систему из трех уравнений вида (7) относительно неизвестных $Z_{11}(j\omega)$, $Z_{22}(j\omega)$, $Z_{12}(j\omega)$:

$$Z_{П.Э}(j\omega) = Z_{11}(j\omega) - Z_{12}^2(j\omega) / [Z_{22}(j\omega) + Z_a], \quad (7)$$

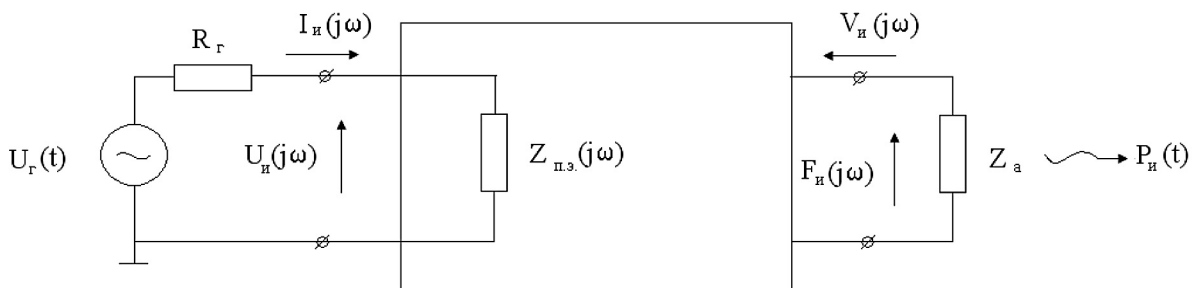


Рис. 1. Эквивалентный четырёхполюсник пьезопреобразователя линейной ФАР в режиме излучения с электрической цепью возбуждения



Считая, что значения $K_{PI}(j\omega)$ и $K_{PU}(j\omega)$ ПЭП определяются при его нагрузке на сопротивление Z_a ; $Z''_{П.Э}(j\omega)$ – электрическое сопротивление акустически ненагруженного ПЭП ($Z''_a = 0$), а Z_a и площадь его рабочей поверхности S известны, получим:

$$K_{PI}(j\omega) = \left[\frac{Z''_a \cdot Z_{П.Э}(j\omega) \cdot [1 - Z_{П.Э}(j\omega)/Z'_{П.Э}(j\omega)] \cdot [1 - Z'_a(j\omega)/Z_{П.Э}(j\omega)]}{S^2 \cdot [1 - Z'_{П.Э}(j\omega)/Z''_{П.Э}(j\omega)] \cdot [Z_a/Z'_a - 1]} \right]^{1/2}, \quad (8)$$

$$K_{PU}(j\omega) = K_{PI}(j\omega)/Z_{П.Э}(j\omega). \quad (9)$$

Полученные выражения (8) и (9) позволяют учесть инерционность и многомодовый характер колебаний пьезопреобразователя ФАР с соизмеримыми размерами. Подставляя (4), (5), (8), (9) в (3) и (2) находим форму импульса $P_{PI}(t)$ для произвольной точки излучающей поверхности ПЭП в окончательном виде:

$$P_{PI}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U_{PI}(j\omega) \left[Z_{П.Э}(j\omega) / [R_{PI} + Z_{П.Э}(j\omega)] \right] \times \left[\frac{1}{Z_{П.Э}(j\omega)} \times \sqrt{\frac{Z''_a \cdot Z'_a [Z''_{П.Э}(j\omega) - Z_{П.Э}(j\omega)] \cdot [Z_{П.Э}(j\omega) - Z'_{П.Э}(j\omega)]}{S^2 \cdot [Z''_{П.Э}(j\omega) - Z'_{П.Э}(j\omega)] \cdot [Z_a - Z'_a]}} \right] e^{j\omega t} d\omega. \quad (10)$$

Определим теоретические зависимости распределения амплитуды акустического давления на излучающей поверхности ПЭП.

Математическая модель распределения амплитуды колебательного давления на излучающей поверхности пьезопреобразователя ФАР определена на основании полученных экспериментальных зависимостей, при индивидуальном возбуждении пьезопреобразователя с учетом влияния эффективной апертуры, при одномодовом режиме колебаний и при нагрузке на сталь [6]. Полученные зависимости аппроксимированы функцией "растянутый косинус на пьедестале":

$$A(x, y) = [1 - \Delta_1 + \Delta_1 \cos(\pi x/w_{эф})] \times [1 - \Delta_2 + \Delta_2 \cos(\pi y/l_{эф})]. \quad (11)$$

где $w_{эф}$ и $l_{эф}$ – соответственно, эффективная ширина и длина апертуры ПЭП; Δ – параметр, который определяет величину относительного уменьшения амплитуды колебательного давления на краях апертуры ПЭП (Δ_1 – вдоль ширины $w_{эф}$, Δ_2 – вдоль длины $l_{эф}$) по отношению к максимальному значению давления в середине. Следует отметить, что при измерении амплитуды распределения колебательного давления на поверхности пьезопреобразователя ФАР, пьезоэлемент которого возбуждает побочные моды колебаний, при нагрузке на сталь, наблюдаются зависимости практически не отличающиеся от полученных при колебаниях пьезоэлемента в одномодовом режиме. Таким образом, подставляя в выражение (1) полученные формулы (10) и (11) можно определить пространственно-

временное распределение колебательного давления на излучающей поверхности отдельного ПЭП линейной ФАР при нагрузке на сталь, с учетом влияния инерционности колебаний ПЭП; возбуждения побочных мод колебаний ПЭП; а также действия эффективной апертуры.

Проанализируем импульсное акустическое поле линейной ФАР ПЭП в режиме излучения. Пусть ФАР ПЭП помещена в начало декартовых координат и ориентирована таким образом, что пьезоэлементы размещены линейно вдоль оси X , а их длина параллельна оси Y (рис. 2). При этом формирование импульсной характеристики направленности осуществляется в плоскости сканирования XOZ . Общее число пьезопреобразователей ФАР – N , шаг решетки – d , ширина пьезоэлементов – w , длина – l .

Разделим условно излучающую поверхность n -го пьезопреобразователя ФАР на равные элементарные площадки dS . Обозначим координаты центров элементарных излучателей x' и y' . Тогда давление $P_{nds}(x, z, t)$ создаваемое элементарным излучателем dS в точке $C(x, z)$ плоскости сканирования XOZ можно представить в следующем виде:

$$P_{nds}(x, z, t) = (r_0 \cos \theta_0 / r_{nds}) \cdot (1/r_{nds}) \cdot A_{nds}(x', y') \times \times P_{nds}(t - r_{nds}/c) \cdot e^{-\alpha(f) \cdot r_{nds}}, \quad (12)$$

где r_{nds} – расстояние от центра элементарного излучателя dS до точки $C(x, z)$, которое определяется

$$\text{выражением: } r_{nds} = \sqrt{(y')^2 + (x - x')^2 + z_0^2};$$

$1/r_{nds}$ – множитель, характеризующий изменение амплитуды, вызванное расхождением сферической волны от точечного излучателя; $r_0 \cos \theta_0 / r_{nds}$ – множитель, характеризующий направленность элементарного излучателя dS на точку $C(x, z)$; r_{nds}/c – время распространения импульса от элементарного излучателя dS до точки наблюдения $C(x, z)$; $c, \alpha(f)$ – скорость распространения и коэффициент затухания ультразвуковой волны в среде.

Учитывая ранее полученные формулы (10) и (11) произведем интегрирование выражения (12) по поверхности n -го пьезопреобразователя ФАР, тогда давление в рассматриваемой точке $C(x, z)$ будет определяться выражением:

$$P_n(x, z, t) = \int_{S_{эф}} \left\{ z_0 / r_{nds}^2 \cdot [1 - \Delta_1 + \Delta_1 \cos(\pi x' / w_{эф})] \cdot [1 - \Delta_2 + \Delta_2 \cos(\pi y' / l_{эф})] \times \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U_{PI}(j\omega)}{R_{PI} + Z_{П.Э}(j\omega)} \sqrt{\frac{Z''_a \cdot Z'_a [Z''_{П.Э}(j\omega) - Z_{П.Э}(j\omega)] \cdot [Z_{П.Э}(j\omega) - Z'_{П.Э}(j\omega)]}{S_{эф}^2 \cdot [Z''_{П.Э}(j\omega) - Z'_{П.Э}(j\omega)] \cdot [Z_a - Z'_a]}} \right] \times e^{j\omega(t - r_{nds}/c)} d\omega \right\} dS_n, \quad (13)$$

где $z_0 = r_0 \cos \theta_0$ – координата точки $C(x, z)$ в плоскости XOZ ; $S_{эф}$ – эффективная площадь апертуры n -го преобразователя ФАР; $w_{эф}$ и $l_{эф}$ – эффективные размеры реальной апертуры ПЭП.

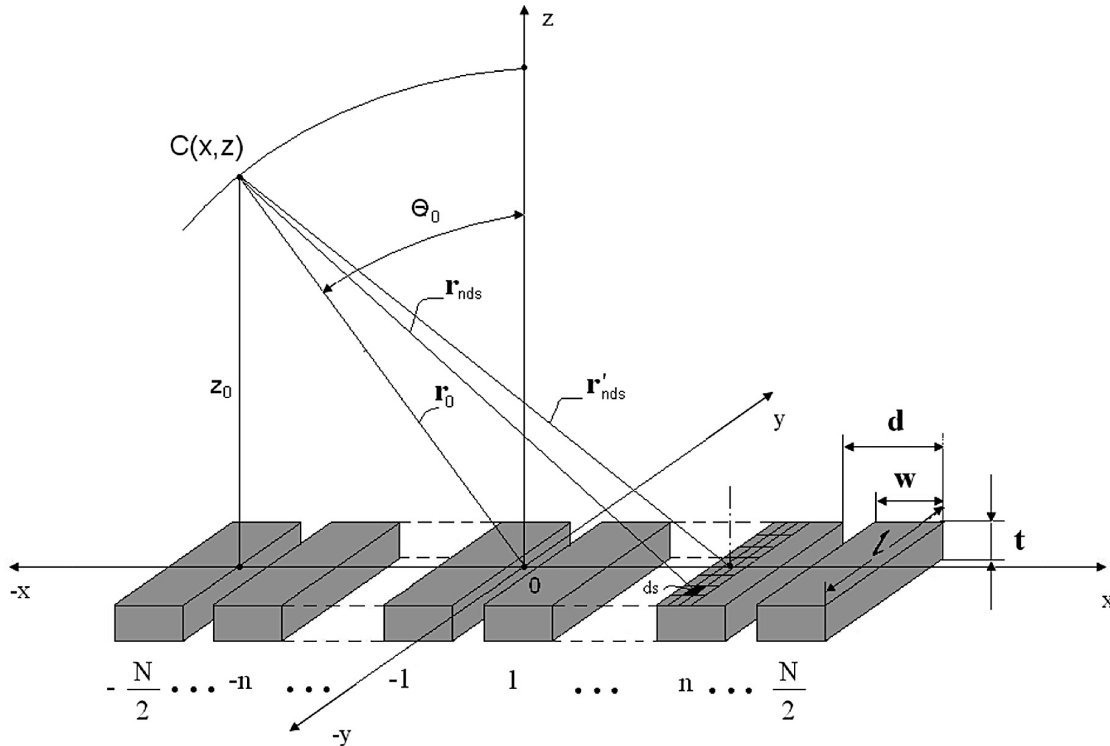


Рис. 2. Геометрические соотношения принятые при анализе поля линейной ФАР ПЭП

Суммарное акустическое давление в точке $C(x, z)$, создаваемое N пьезопреобразователями ФАР определяется следующим образом:

$$P(x, z, t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} \int_{S_{\text{эф}}} \left[z_0 / r_{nds}^2 \cdot [1 - \Delta_1(\theta_0) + \Delta_1(\theta_0) \cos(\pi x' / w_{\text{эф}})] \times \right. \\ \left. \times [1 - \Delta_2(\theta_0) + \Delta_2(\theta_0) \cos(\pi y' / l_{\text{эф}})] \cdot \left[(1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} [U_r(j\omega) / [R_r + Z_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0)]] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sqrt{\frac{Z_a^2}{S_{\text{эф}}^2} \cdot \frac{Z_a [Z'_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0) - Z_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0)] \cdot [Z_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0) - Z'_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0)]}{[Z'_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0) - Z_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0)] \cdot [Z_a - Z'_a]}} \right] \times \right. \\ \left. \times e^{j\omega [1 - (r_{\text{нас}}/c) - t_m]} dS_n \right] e^{-\alpha(r) r_{\text{нас}}} \quad (14)$$

где параметры $\Delta_1(\theta_0)$ и $\Delta_2(\theta_0)$ параметры и имеют переменные значения для исследуемой конструкции ФАР ПЭП, так как заданный закон распределения амплитуды колебательного давления $A_x(x, y)$ принят при учете влияния взаимной связи между пьезопреобразователями ФАР. При этом измерения $Z_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0)$, $Z'_{\text{ПЭП}}(j\omega, \theta_0)$, $Z''_{\text{ПЭП}}(j\omega)$ – производятся индивидуально для каждого пьезопреобразователя ФАР при возбуждении остальных ПЭП, т. е. также с учётом взаимной связи.

Полученное выражение (14) позволяет учесть практически все основные побочные эффекты, перечисленные во введении к настоящей статье.

Общая задержка сигнала n -го пьезопреобразователя ФАР, обеспечивающая отклонение и фокусировку ультразвукового луча будет составлять

$t_3 = t_m + t_{3n}$, где $t_m = r_n/c$ – временная задержка сигнала в среде при распространении от поверхности n -го ПЭП до точки $C(x, z)$; r_n – расстояние от центра поверхности n -го ПЭП до точки $C(x, z)$, поскольку после интегрирования $r_{nds} \rightarrow r_n$, $t_{nds} \rightarrow t_n$, t_{3n} – дополнительная временная задержка возбуждения n -го ПЭП. Согласно [7], временная задержка возбуждения n -го ПЭП равна: $t_{3n} = t'_{3n} + t''_{3n}$, где: $t'_{3n} = x_n/c \cdot (\sin \theta_0 - \sin \theta)$ – задержка, обеспечивающая отклонение УЗ луча; $t''_{3n} = r_f/c \cdot [1 - \sqrt{1 - (x_n/r_f)^2}]$ – задержка, обеспечивающая фокусировку УЗ луча; r_f – фокусное расстояние. В соответствии с рис. 2 $x_n = (2n \mp 1)d/2$ – координата центра n -го пьезопреобразователя ФАР, n – номер ПЭП, $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm N/2$, d – шаг решётки.

Таким образом, на основании полученного выражения (14) можно определить математическую модель ПВХ линейной ФАР ПЭП с учётом комплексного влияния основных побочных эффектов в режиме излучения импульсных сигналов. Запишем: для импульсных характеристик направленности ФАР ПЭП:

$$R(x, y) = \max_t |P(x, z, t)| / |P(x_0, z_0, t)|;$$

для временных характеристик ФАР ПЭП: $P(t) = P(x_0, z_0, t)$, при $x_0, z_0 = \text{const}$ для данного направления излучения.

Математическая модель ПВХ линейной ФАР ПЭП с учётом комплексного влияния основных побочных эффектов в режиме приема импульсных сигналов

Пусть в точке $C(x, z)$, расположенной в плоскости сканирования XOZ находится точечный излучатель, обладающий сферической диаграммой направленности. Тогда импульс давления $\sigma_{nds}(x, z, t)$, принятый из точки $C(x, z)$ элементарной приемной поверхностью dS n -го пьезопреобразователя ФАР можно определить следующим образом:

$$\sigma_{nds}(x, z, t) = (1/r_{nds}) \cdot B_{nds}(x, z) \cdot \sigma_{nds}(x, z, t - r_{nds}/c) \times e^{-\alpha(t)r_{nds}}, \quad (15)$$

где $\sigma_{nds}(x, y)$ и $B_{nds}(x, z, t - r_{nds}/c)$ – соответственно, амплитуда и форма импульса давления принятого элементарной поверхностью dS из точки $C(x, z)$, r_{nds} – расстояние от элементарной площадки dS до точки $C(x, z)$.

Проинтегрируем и усредним по поверхности S_n отдельного пьезопреобразователя ФАР выражение (15):

$$\sigma_{ns}(x, z, t) = (\sigma_0/S_{n\phi}) \times \int_{S_{n\phi}} [B_n(x, z)/r_n] \cdot \sigma_n(x, z, t - r_n/c) \cdot dS_n, \quad (16)$$

где $\sigma_{ns}(x, z, t)$ – среднее значение амплитуды давления на поверхности n -го ПЭП, σ_0 – нормирующий множитель, характеризующий ослабление сферической волны от расстояния r_n , $S_{n\phi}$ – площадь эффективной апертуры ПЭП.

Для определения передаточной функции пьезопреобразователя представим выражение (16) в частотной области с помощью прямого преобразования Фурье:

$$\sigma_{ns}(x, z, j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[(\sigma_0/S_{n\phi}) \cdot \int_{S_{n\phi}} [B_n(x, z)/r_n] \cdot \sigma_n(x, z, t - r_n/c) \cdot dS_n \right] \times e^{-j\omega t} dt, \quad (17)$$

Опишем отдельный пьезопреобразователь ФАР в виде эквивалентного четырёхполюсника с электрической цепью нагрузки (рис. 3).

Определим напряжение $U_{In}(x, z, j\omega)$ на входном сопротивлении приемника:

$$U_{In}(x, z, j\omega) = K_{II}(j\omega) \cdot K_{U\sigma}(j\omega) \cdot \sigma_{ns}(x, z, j\omega), \quad (18)$$

где $K_n(j\omega)$ – передаточная функция электрической цепи нагрузки; $K_{U\sigma}(j\omega)$ – передаточная функция ПЭП по напряжению; $\sigma_{ns}(x, z, j\omega)$ – частотный спектр заданного акустического импульса давления $\sigma_{ns}(x, z, t)$, воздействующего на приёмную поверхность $S_{n\phi}$ n -го пьезопреобразователя ФАР.

Выражение для имеет следующий вид:

$$K_{II}(j\omega) = R_{II}(j\omega) / [R_{II} + Z_{II\varepsilon}(j\omega)], \quad (19)$$

где R_{II} – активное сопротивление входной цепи приёмника, $Z_{II\varepsilon}(j\omega)$ – электрическое сопротивление ПЭП.

Для определения $K_{U\sigma}(j\omega)$ представим уравнения пьезопреобразователя ФАР (рис. 3) в системе Z параметров в режиме приёма:

$$\begin{cases} U_{II}(x, z, j\omega) = Z_{11}(j\omega) \cdot I_{II}(x, z, j\omega) + Z_{12}(j\omega) \cdot V_{II}(x, z, j\omega); \\ F_{II}(x, z, j\omega) = Z_{21}(j\omega) \cdot I_{II}(x, z, j\omega) + Z_{22}(j\omega) \cdot V_{II}(x, z, j\omega); \end{cases} \quad (20)$$

где $R_{II}(x, z, j\omega)$, $I_{II}(x, z, j\omega)$, $V_{II}(x, z, j\omega)$ и $F_{II}(x, z, j\omega)$ – электрические – напряжение и ток, акустические – сила и колебательная скорость.

Определим передаточную функцию $K_{U\sigma}(j\omega)$ в режиме приёма для случая, когда сила $V_{II}(x, z, j\omega)$ и колебательная скорость рассматриваются на рабочей поверхности пьезопреобразователя ФАР, при воздействии отражённой волной.

С учетом результатов [5], после вычислений получим:

$$K_{U\sigma}(j\omega) = \frac{S_{n\phi}^2 [Z_{n\varepsilon}(j\omega) - Z_{n\varepsilon}'(j\omega)] \cdot [Z_{n\varepsilon}'(j\omega) - Z_{n\varepsilon}(j\omega)] \cdot [Z_a' - Z_a]}{\sqrt{Z_a^2} \cdot Z_a \cdot [Z_{n\varepsilon}(j\omega) - Z_{n\varepsilon}'(j\omega)]}, \quad (21)$$

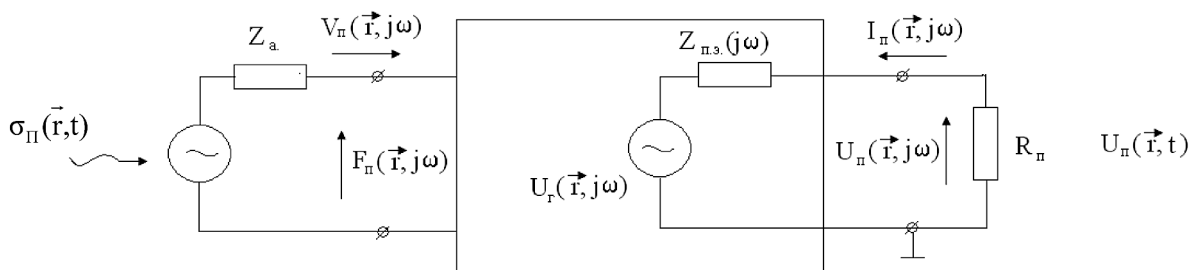


Рис. 3. Эквивалентный четырёхполюсник пьезопреобразователя линейной ФАР в режиме излучения с электрической цепью возбуждения

Формула (21) позволяет учесть инерционность и многомодовый характер колебаний пьезопреобразователя ФАР с соизмеримыми размерами.

Подставляя (17), (19) и (21) в (18) определим искомое электрическое напряжение на входном сопротивлении приемника n -го пьезопреобразователя ФАР:

$$U_{in}(x, z, j\omega) = [R_{II}(j\omega) / [R_{II} + Z_{II,3}(j\omega)]] \times \\ \times \sqrt{\frac{S_{нэф}^2}{Z_a^2} \cdot \frac{[Z_{II,3}(j\omega) - Z''_{II,3}(j\omega)] \cdot [Z''_{II,3}(j\omega) - Z'_{II,3}(j\omega)] \cdot [Z'_a - Z_a]}{Z'_a \cdot [Z_{II,3}(j\omega) - Z'_{II,3}(j\omega)]}} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\sigma_0 / S_{нэф} \right) \int_{S_{нэф}} [B_n(x, z) / r_n] \cdot \sigma_n(x, z, t - r_n/c) \cdot dS_n \right] \cdot e^{-j\omega t} dt. \quad (22)$$

Суммарный электрический сигнал на выходе синфазного сумматора в аддитивном приемном тракте линейной ФАР ПЭП можно описать следующим образом:

$$U(x, z, t) = \sum_{-N/2}^{N/2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ [R_{II}(j\omega) / [R_{II} + Z_{II,3}(j\omega, \theta_0)]] \times \\ \times \sqrt{\frac{S_{нэф}^2}{Z_a^2} \cdot \frac{[Z_{II,3}(j\omega, \theta_0) - Z''_{II,3}(j\omega, \theta_0)] \cdot [Z''_{II,3}(j\omega, \theta_0) - Z'_{II,3}(j\omega, \theta_0)] \cdot [Z'_a - Z_a]}{Z'_a \cdot [Z_{II,3}(j\omega, \theta_0) - Z'_{II,3}(j\omega, \theta_0)]}} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\sigma_0 / S_{нэф} \right) \int_{S_{нэф}} [B_n(x, z) / r_n] \cdot \sigma_n(x, z, t - r_n/c) \cdot dS_n \right] \cdot e^{-j\omega t} dt \} e^{j\omega(t-t_{zn})} d\omega, \quad (23)$$

где t_{zn} – временная задержка во время-компенсирующих устройствах, определяемая по выражениям, аналогичным в режиме излучения. При этом измерение $Z_{II,3}(j\omega, \theta_0)$, $Z''_{II,3}(j\omega, \theta_0)$, $Z'_{II,3}(j\omega, \theta_0)$ производится индивидуально для каждого пьезопреобразователя ФАР при возбуждении остальных ПЭП, т.е. с учетом взаимной связи.

Полученная формула (23) позволяет учесть влияние практически всех основных побочных эффектов, перечисленных во введении к настоящей статье.

На основании полученного выражения (23), можно определить математические модели ПВХ линейной ФАР ПЭП с учётом комплексного влияния основных побочных эффектов в режиме приема импульсных сигналов. Запишем: для импульсных характеристик направленности ФАР ПЭП: $G(x, z) = \max |U(x, z, t)| / |U(x_0, z_0, t)|$; для временных характеристик ФАР ПЭП: $U(t) = U(x_0, z_0, t)$, при $x_0, z_0 = const$ для данного направления приема акустических волн.

Результаты экспериментальных исследований ПВХ линейной ФАР ПЭП с учетом комплексного влияния побочных эффектов в режиме излучения

Для проведения экспериментальных исследований были использованы:

– линейная ФАР ПЭП с рабочей частотой 2,25 МГц, выполненная в контактном варианте для нагрузки на сталь, основные конструктивные пара-

метры которой составляют (рис. 2): число пьезоэлементов $n=12$; шаг решетки $d=1,3$ мм; ширина пьезоэлемента $w=1,1$ мм; ширина паза $b=0,2$ мм; толщина пьезоэлемента $t=0,72$ мм; длина пьезоэлемента $l=9,4$ мм ($w/t=1,53$);

– многоканальная измерительная система, структурная схема и основные параметры которой приведены в [8].

Исследуем влияние инерционности колебаний ПЭП, возбуждения побочных мод в ПЭП, действия эффективной апертуры ПЭП и взаимной связи между ними на экспериментальные и теоретические ПВХ данной линейной ФАР ПЭП в режиме излучения при нагрузке на сталь.

Экспериментальные импульсные характеристики направленности (ИХН) и временные характеристики (ВХ) линейной ФАР ПЭП с учетом влияния вышеперечисленных побочных эффектов были получены при возбуждении ПЭП радиоимпульсами с одним периодом колебаний на частоте 2,25 МГц и амплитудой 30 В, при дискретном отклонении ультразвукового луча на угол $\theta_0 = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$. На рис. 4, линия 3 и рис. 5, 3 а представлены, соответственно, измеренные ИХН и ВХ линейной ФАР ПЭП при угле $\theta_0 = 0^\circ$, а также полученная спектральная характеристика импульса (СХ) – рис. 5, 3 б.

Для проведения сравнительного анализа между экспериментальными и теоретическими ПВХ исследуемой линейной ФАР ПЭП было произведено построение двух математических моделей ПВХ на основе формул (13) и (14):

1) с учетом влияния инерционности колебаний, возбуждения побочных мод колебаний и действия эффективной апертуры ПЭП, где в качестве исходных данных использовались значения параметров: $\Delta_1=0,6$; $\Delta_2=0,115$ при $\theta_0 = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$; для функции вида: $A_{нэф}(x, y) = [1 - \Delta_1 + \Delta_1 \cos(\pi x'/w_{эф})] \cdot [1 - \Delta_2 + \Delta_2 \cos(\pi y'/l_{эф})]$, а также импедансно-частотные характеристики: $Z_{II,3}(j\omega)$, $Z'_{II,3}(j\omega)$, $Z''_{II,3}(j\omega)$ измеренные при индивидуальном возбуждении ПЭП и отсутствии влияния остальных пьезопреобразователей ФАР (ИХН – рис. 4, линия 1; ВХ – рис. 5, 1 а; СХ – рис. 5, 1 б);

2) с учетом влияния инерционности колебаний, возбуждения побочных мод колебаний, действия эффективной апертуры ПЭП и взаимной связи между ними, где в качестве исходных данных использовались: $\Delta_1=0,3$ и $\Delta_2=0,075$ при $\theta_0 = 0^\circ$; и $\Delta_1=0,45$ и $\Delta_2=0,085$ при $\theta_0 = 20^\circ$; $\Delta_1=0,55$ и $\Delta_2=0,1$ при $\theta_0 = 40^\circ$; для функции вида: $A_{нэф}(x, y) = [1 - \Delta_1(\theta_0) + \Delta_1(\theta_0) \cos(\pi x'/w_{эф})] \cdot [1 - \Delta_2(\theta_0) + \Delta_2(\theta_0) \cos(\pi y'/l_{эф})]$, а также импедансно-частотные характеристики: $Z_{II,3}(j\omega, \theta_0)$, $Z'_{II,3}(j\omega, \theta_0)$, $Z''_{II,3}(j\omega, \theta_0)$ измеренные при совместном возбуждении ПЭП и взаимном влиянии между ними (ИХН – рис. 4, линия 2; ВХ – рис. 5, 2 а; СХ – рис. 5, 2 б). Для

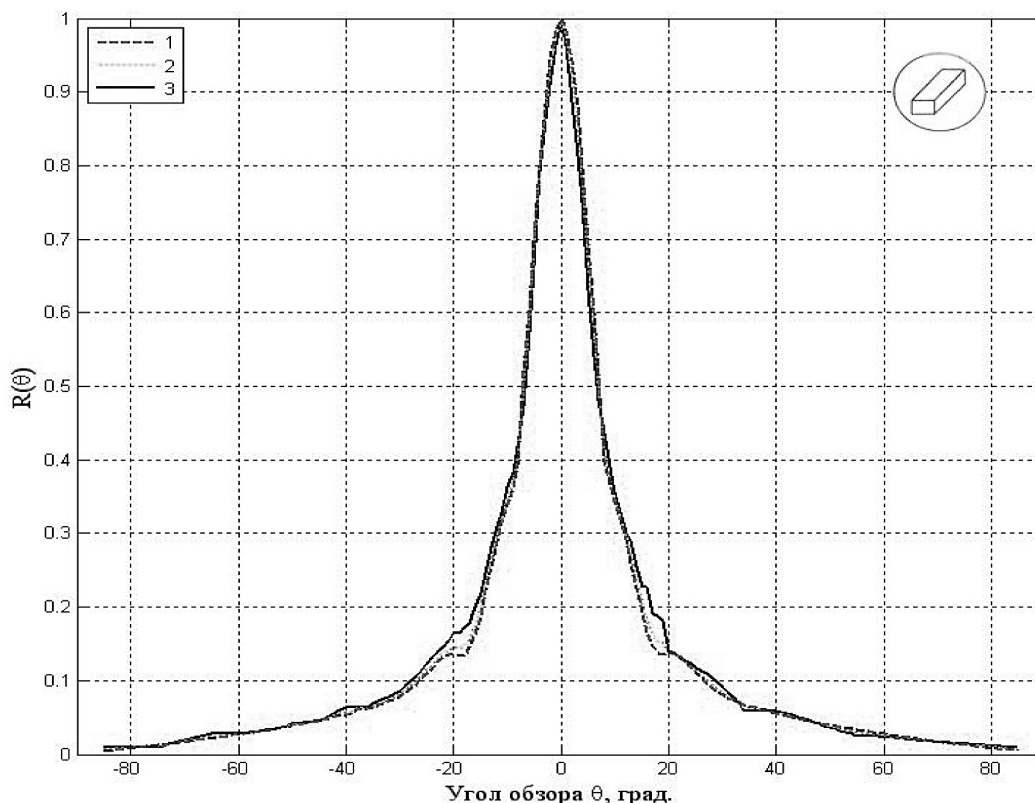


Рис. 4. Теоретические и экспериментальные импульсные характеристики направленности линейной ФАР ПЭП в режиме излучения при нагрузке на сталь и угле сканирования $\theta_0 = 0^\circ$:

1 – теоретические характеристики с учётом влияния инерционности, побочных мод колебаний и эффективной апертуры ПЭП;
 2 и 3 – соответственно, теоретические и экспериментальные характеристики с учётом влияния инерционности, побочных мод колебаний, эффективной апертуры ПЭП и взаимной связи между ними

обеих моделей ПВХ значения $w_{эф}$ и $l_{эф}$ составляют $w_{эф} = 1,3$ мм; $l_{эф} = 10$ мм.

Сравнение экспериментальных и теоретических данных ПВХ линейной ФАР ПЭП с учетом влияния побочных эффектов проводилось на основании рассчитанных значений средних квадратических отклонений (табл. 1, 2), полученных с использованием известной формулы:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 / (n-1)},$$

где $\varepsilon_i = y_t - y_t^m$; – фактическое, измеренное значение параметра в t -й момент времени; y_t^m – значение модели в t -й момент времени.

На основании полученных результатов (табл. 1, 2; рис. 4; рис. 5) видно, что при учете дополнительного побочного эффекта, в частности взаимной связи между пьезопреобразователями ФАР, наблюдается существенное сближение теоретических и экспериментальных ПВХ, что подтверждает возможность применения разработанного метода для построения адекватных математических моделей линейных ФАР ПЭП.

Выводы

На основании полученных теоретических и экспериментальных результатов обосновано, что применение аналитико-экспериментального метода позволяет эффективно производить математическое моделирование линейных ФАР ПЭП. Получены адекватные математические модели ПВХ линейных ФАР ПЭП, учитывающие комплексное влияние основных побочных эффектов, в режимах излучения и приёма импульсных сигналов, где в качестве исходных данных используются измеренные значения импедансно-частотных характеристик ПЭП.

Адекватность математических моделей достигается, как за счёт повышения точности их аналитического описания, путём учёта комплексного влияния побочных эффектов, так и за счёт повышения достоверности используемых значений исходных данных, полученных путём их измерения.

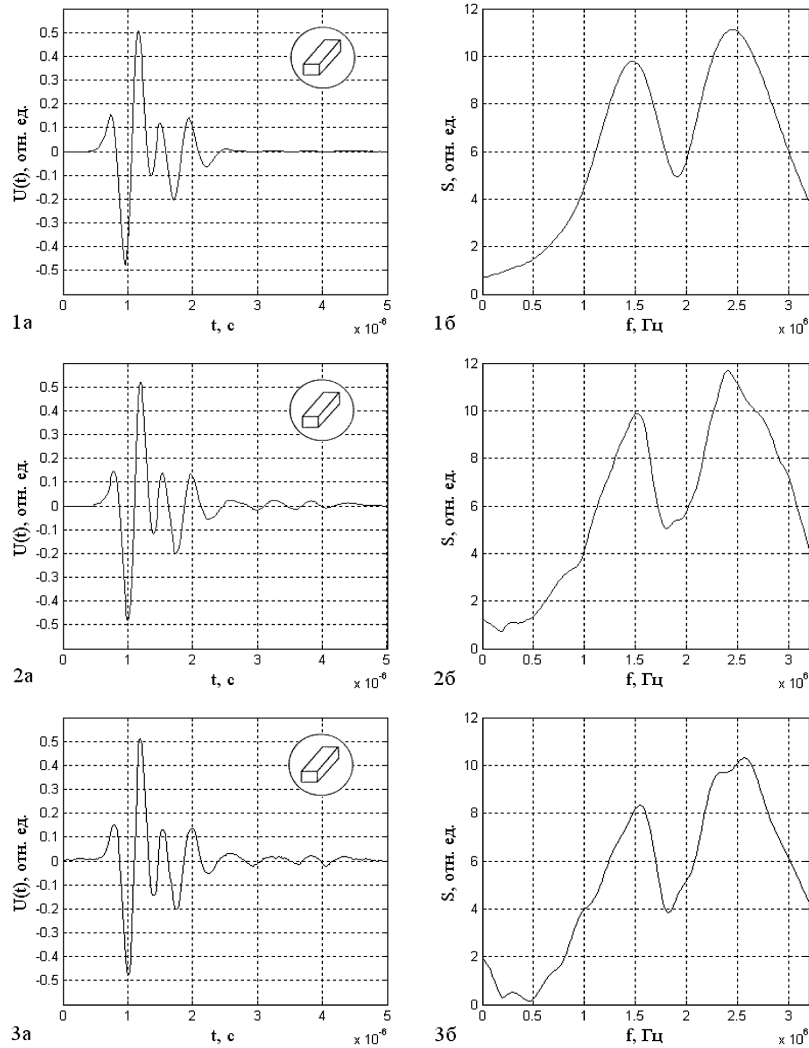


Рис. 5. Теоретические и экспериментальные временные (а) и спектральные (б) характеристики импульсных сигналов линейной ФАР ПЭП в режиме излучения при нагрузке на сталь и угле сканирования $\theta_0 = 0^\circ$: 1 а, 1 б – теоретические характеристики с учётом влияния инерционности, побочных мод колебаний и эффективной апертуры ПЭП; 2 а, 2 б и 3 а, 3 б – соответственно, теоретические и экспериментальные характеристики с учётом влияния инерционности, побочных мод, эффективной апертуры ПЭП и взаимной связи между ними

Таблица 1.

Значения средних квадратических отклонений между теоретическими и экспериментальными ПВХ линейной ФАР ПЭП (рис. 4 – 5), учитывающие инерционность, побочные моды колебаний и эффективную апертуру ПЭП; инерционность, побочные моды, эффективную апертуру ПЭП и взаимную связь между ними

Наименование параметра	Среднее квадратическое отклонение, σ		
	0	20	40
Угол сканирования θ° , град	0	20	40
Импульсная характеристика направленности	0,0512	0,0523	0,0549
Временная характеристика	0,0701	0,0741	0,0793

Таблица 2.

Значения средних квадратических отклонений между теоретическими и экспериментальными ПВХ линейной ФАР ПЭП (рис. 4 – 5), учитывающими: инерционность, побочные моды колебаний, эффективную апертуру ПЭП и взаимную связь между ними

Наименование параметра	Среднее квадратическое отклонение, σ		
	0	20	40
Угол сканирования θ° , град	0	20	40
Импульсная характеристика направленности	0,0418	0,0431	0,0468
Временная характеристика	0,0519	0,0543	0,0580



Литература

- [1] Silk M.C. Predictions of the effect of some constructional variables on the performance of ultrasonic transducers / M.C. Silk // Ultrasonics. – 1983. – V. 21. – P. 27–33.
- [2] Sato J. Farfield angular radiation pattern generated from arrayed piezoelectric transducers / J. Sato, H. Fukukita, M. Kawabuchi, A. Fukumoto // J. Acoust. Soc. Am. – 1980. – V. 67, №1. – P. 333–335.
- [3] Boucher D. Computation of piezoelectric array transducers by a mixed finite element-perturbation method / D. Boucher // Proceedings of the Ultrasonics Symposium. – 1979. – V2. – P. 102–107.
- [4] Pesque P. Methodology for the characterization and design of linear arrays of ultrasonic transducers / P. Pesque, R.H. Coursant, C. Mequio // Acta Electronica. – 1983. – V.25, №4. – P. 325–340.
- [5] Мельканович А.Ф. Определение характеристик электроакустических преобразователей путем измерения его электрических сопротивлений / А.Ф. Мельканович // Дефектоскопия. – 1984. – №3. – С. 39–45.
- [6] Туз Ю.М. Измерение распределения амплитуды давления на излучающих поверхностях пьезоэлектрических преобразователей ультразвуковых фазированных антенных решёток / Ю.М. Туз, А.П. Красковский, И.В. Богачёв // Вісник Інженерної академії України. – Київ. – 2009. – Вип. № 3–4. – С. 133–137.
- [7] Домаркас В.Й. Ультразвуковая эхоскопия / В.Й. Домаркас, Э.Л. Пилецкас. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1988. – 276 с.
- [8] Туз Ю.М. Метод та система вимірювання просторово-часових характеристик лінійних фазованих антенних решіток пьезоелектричних перетворювачів / Ю.М. Туз, О.П. Красковський, О.О. Мосолаб // Методи та прилади контролю якості. Науково-технічний журнал. – Івано-Франківськ. – 2012. – №1(28). – С. 148–153.

Kraskovskiy A.P.

National Technical University of Ukraine «Kiev Polytechnic Institute». Ukraine, Kiev

MATHEMATICAL MODELING OF PHASED ARRAY PIEZOELECTRIC TRANSDUCERS WITH THE COMBINED EFFECT OF THE SIDE EFFECTS

The mathematical models of spatial-temporal characteristics of the linear ultrasonic phased arrays with the consideration of the complex impact of main side effects in the mode of impulse signal generation and detection was presented. Examples of an application of the proposed mathematical models while design of the phased arrays of the piezoelectric transducer for ultrasonic defectoscopy of metal materials and fabricated metal products were considered.

Keywords: ultrasonic transducer, phased array, spatial-temporal characteristics, mathematical models.

References

- [1] Silk M.C. Predictions of the effect of some constructional variables on the performance of ultrasonic transducers / M.C. Silk // Ultrasonics. – 1983. – V. 21. – P. 27–33.
- [2] Sato J. Farfield angular radiation pattern generated from arrayed piezoelectric transducers / J. Sato, H. Fukukita, M. Kawabuchi, A. Fukumoto // J. Acoust. Soc. Am. – 1980. – V.67, №1. – P. 333–335.
- [3] Boucher D. Computation of piezoelectric array transducers by a mixed finite element-perturbation method / D. Boucher // Proceedings of the Ultrasonics Symposium. – 1979. – V2. – P. 102–107.
- [4] Pesque P. Methodology for the characterization and design of linear arrays of ultrasonic transducers / P. Pesque, R.H. Coursant, C. Mequio // Acta Electronica. – 1983. – V.25, №4. – P. 325–340.
- [5] Melkanovich A.F. Characterization of piezoelectric transducers by its electric resistances measurement / A.F. Melkanovich // Defectosopia. – 1984. – №3. – P. 39–45.
- [6] Tuz Y.M. Pressure amplitude distribution measurement on radiating surface of piezoelectric transducer of ultrasound phased arrays. / Tuz Y.M., Kraskovskiy A.P., Bogachev I.V. // Visnik Ingenenernoi akademii Ukrainy. – Kyiv. – 2009. – №3–4. – P. 133–137.
- [7] Domarkas V.J. Ultrasonic echoscopy. Domarkas V.J., Pileckas E.L. – L.: Mashinostroenie. Leningrad. dept. 1988. – 276 p.
- [8] Tuz Y.M. Method and system for spatial-temporal characteristics measurements of linear ultrasound phased array / Tuz Y.M., Kraskovskiy O.P., Mosolab O.O. // Methods and devices of quality control. Science and technology journal. – Ivano-Frankivsk. – 2012. – №1(28). – P. 148–153.