

Просвірін Д.А.

Державне підприємство «АНТОНОВ». Україна, м. Київ

## РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗБУРЕНЬ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ПОЛЬОТУ ЛІТАКА НА ЕТАПІ ЗАХОДУ НА ПОСАДКУ

*Розробка моделі зовнішніх збурень при моделюванні польоту літака на етапі заходу на посадку складний, комплексний та трудомісткий процес. В статті показано спосіб вирішення зазначеної задачі шляхом використання програмних продуктів MathWorks®. Розглянуто математичні моделі випадкової складової вітру, представлені у середовищі Matlab/Simulink моделями пориву вітру та турбулентності атмосфери, що характеризують вплив неспокійної атмосфери на пілотажні характеристики літака. Використання програмного забезпечення Simulink та Aerospace Blockset при моделюванні польоту літака дозволяє прискорити процес розробки моделі зовнішніх збурень.*

*Ключевые слова:* збурення, Simulink, Aerospace Blockset, випадкова складова вітру, модель пориву вітру, модель турбулентної атмосфери.

### Вступ

Серед всіх метеорологічних факторів найбільший вплив на динаміку польоту здійснює вітер. Вітром називається будь-який рух повітря (атмосфери) відносно земної поверхні. Рух атмосфери має турбулентний, тобто хаотичний, характер. Деякі складові цього руху характеризуються настільки великими масштабами, що з точки зору динаміки польоту їх можна розглядати як рух повітряних мас, в якому середнє значення швидкості вітру зберігається постійним або майже постійним впродовж польоту літака на відстань у сотні кілометрів. До таких рухів відносяться і струйні течії. Середнє направлення вітру у вертикальній площині практично співпадає в заданій точці з горизонтальним напрямком. Ці горизонтальні та постійні (з точки зору впливу на літак) швидкості руху повітря здійснюють суттєвий вплив на рішення навігаційних задач. Крім того сильний вітер ускладнює зліт та посадку літака. Описані великомасштабні рухи атмосфери завжди супроводжують рухи повітря значно меншого масштабу, що мають назву турбулентність. Під турбулентністю атмосфери з точки зору практики польотів прийнято розуміти такий її стан, коли у визначеній області мають місце пориви вітру, випадкові як по величині так і по напрямку, протяжністю у декілька кілометрів та менше.

### Постановка задачі

Політ у турбулентній атмосфері пов'язаний з виникненням перенавантажень, лінійних коливань

центру мас та кутових коливань відносно центру мас ("бовтанка"). За високої інтенсивності турбулентності перенавантаження досягають настільки значних величин, що літак може втратити керованість, а у деяких випадках зруйнуватись.

Лінійні та кутові коливання літака, що викликає польотом в "бовтанку", здійснюють суттєвий вплив на якісь роботи встановленого спецобладнання. За походженням, характером та енергетичним процесам весь діапазон руху повітря в атмосфері можна розбити на три інтервали [1]:

- інтервал великомасштабних рухів повітря (з частотами  $10^{-4} \leq \Omega \leq 10^{-2}$  рад/м, та довжинами хвиль  $6 \times 10^2 \leq \lambda = 2\pi / \Omega \leq 6 \times 10^4$  м);
- інерційний інтервал (з частотами  $10^{-2} \leq \Omega \leq 10^2$  рад/м, та довжинами хвиль  $6 \times 10^{-2} \leq \lambda \leq 6 \times 10^2$  м);
- в'язкий інтервал (з частотами  $\Omega > 10^2$  рад/м, та довжинами хвиль  $\lambda < 6 \times 10^{-2}$  м).

Для першого властива характеристика вітру з постійною швидкістю. Інерційний інтервал турбулентного руху в атмосфері охоплює діапазон вихорів від декількох сотень метрів (або декількох кілометрів) до декількох сантиметрів і представляє найбільший інтерес у розумінні впливу на динаміку польоту літака. У міру зростання швидкостей польоту літаків все більше значення для динаміки польоту набувають пориви великої протяжності, що виходять за межі інерційного діапазону. Границею інерційного інтервалу з боку високих частот є в'язкий інтервал, що характеризується гранично малими (менше 10 см) розмірами вихорів, в якому відбувається перетворення механічної енергії, що отримується з інерційного інтервалу в теплову, за раху-

нок в'язкого тертя; в розрахунках динаміки технічних об'єктів енергією в'язкого інтервалу нехтують.

Турбулентні зони у вільній атмосфері розміщуються у вигляді порівняно тонких шарів, що займають великі площі з доволі чіткими межами. Максимальна товщина турбулентних зон майже ніколи не перевищує 200 м. Таким чином, для виходу з зони "бовтанки" у тих випадках, коли це є допустимо по умові польоту, необхідно змінити висоту. В роботі [1] зазначено, що протяжність турбулентної зони для західноєвропейської території, менша 20 км, зустрічається приблизно у 20% випадків, а протяжність, менша 100км, – у 70%. Таким чином, час польоту літака в турбулентних зонах досить значний і для сучасних літаків вимірюється хвилинами.

Зони турбулентності зазвичай містять хмари або розміщуються поблизу потужних купчастих хмар. Ці ознаки попереджують екіпаж про можливе потрапляння у турбулентну зону. Проте турбулентні зони можуть траплятися і у безхмарну погоду. На даний час не розроблене обладнання для прогнозування зустрічі з турбулентністю за ясної погоди. Тому зустріч з такою зоною для екіпажу є, як правило, раптовою. Найбільшою небезпечною для польоту літака є турбулентність при грозах. Отже, є необхідність включення в модель зовнішніх збурень математичної моделі атмосферної турбулентності, як складової частини (рис. 1, рис. 2).

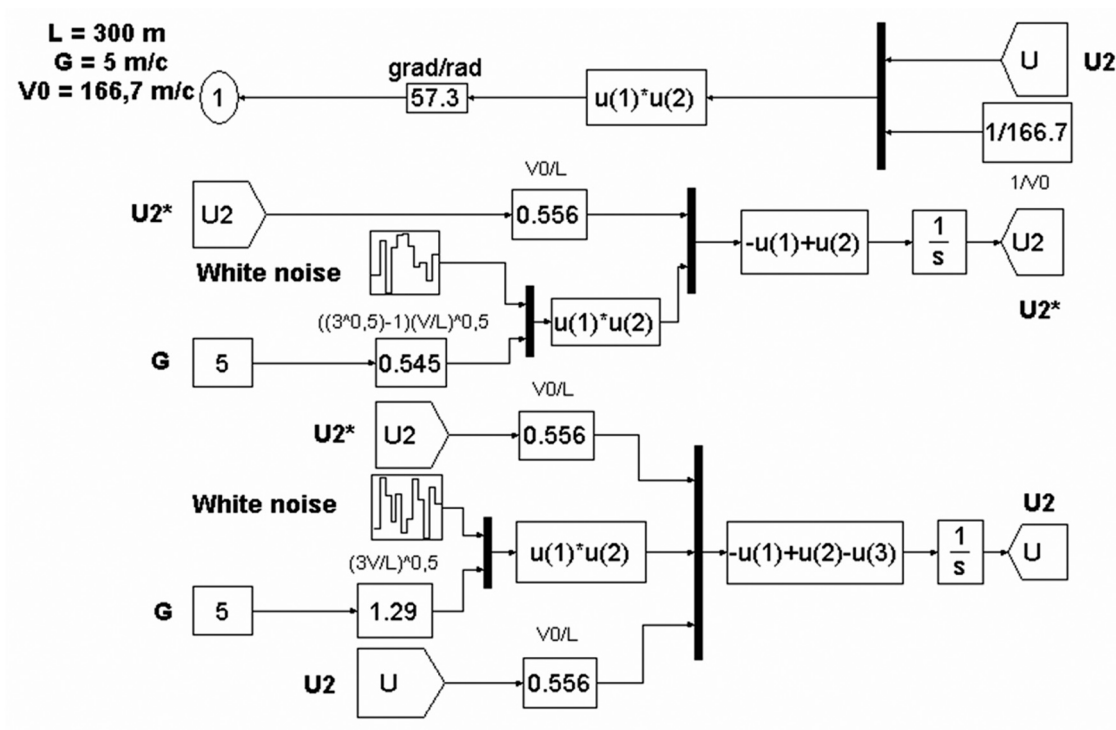


Рис. 1. Представлення турбулентної складової атмосфери за допомогою Simulink

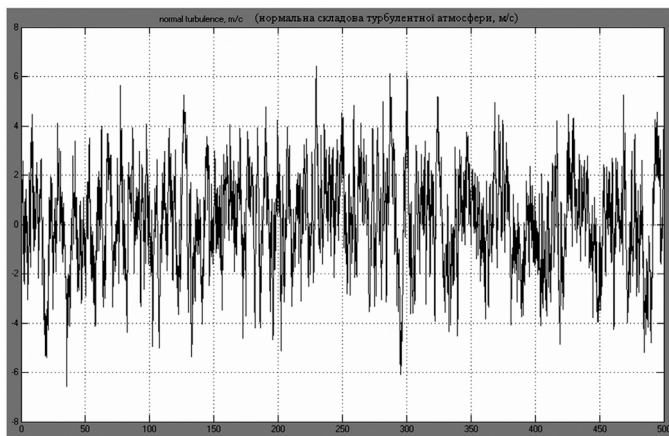


Рис. 2. Нормальна складова турбулентної атмосфери

**Розробка математичної моделі збурень**

Математична модель вітру, як і будь-яка математична модель, визначається перш за все її призначенням. Так, у навігаційних задачах часто використовується модель типу постійного вітру, коли швидкість вітру  $\vec{U}$  вважається постійною впродовж інтервалу часу та простору, що розглядається. Дана модель зазвичай використовується при постійній висоті польоту, так як швидкість вітру на різних висотах різна.

При дослідженні динаміки повздовжнього руху широко застосовуються моделі типу вертикальний повітряний порив [2]. На рис. 3 зображений ступінчастий вертикальний порив, а на рис. 4 – трапецієвидний повітряний порив. Градієнтна ділянка (передній фронт) трапецієвидного пориву має довжину  $L$ .

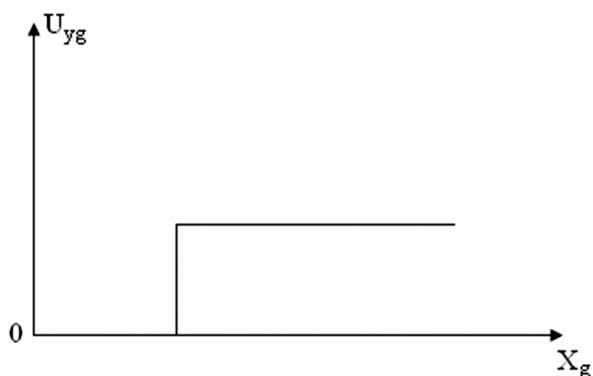


Рис. 3. Ступінчастий вертикальний порив

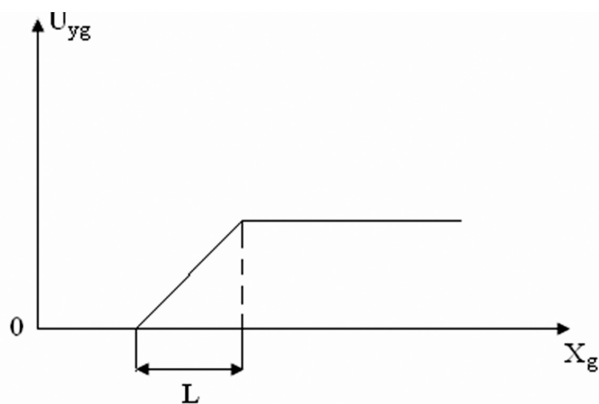


Рис. 4. Трапецієвидний повітряний порив

Моделі атмосферної турбулентності зазвичай є стохастичними, тобто віддзеркалюють випадкові процеси та поля. Розглянемо математичну модель турбулентності атмосфери.

Швидкість руху повітря в атмосфері  $\vec{U}$  є векторною випадковою функцією векторного аргументу,

що складається з координат точки атмосфери та часу

$$\vec{U} = \vec{U}(X_g, Y_g, Z_g, t), \tag{1}$$

тобто є векторним випадковим полем. Величина  $\vec{U}$  може бути представлена у вигляді суми вектора вітру  $\vec{U}$  та центрованої складової  $\Delta\vec{U}$ :

$$\vec{U} = \bar{\vec{U}} + \Delta\vec{U}. \tag{2}$$

Під  $\bar{\vec{U}}$  розуміють середнє по деякому інтервалу часу значення швидкості руху повітря у розглядуваній точці. Наявність  $\Delta\vec{U}$  говорить про турбулентність атмосфери – хаотичний її рух без регулярної складової. Взагалі, коливання та варіації швидкості руху повітря в атмосфері Землі мають дуже широкий спектр, починаючи від сезонних, добових змін і закінчуючи пульсаціями з частотою в десятки та навіть сотні герц, що викликані найменшими вихорами. Проте для пілотажних задач низькочастотні варіації не мають значення і час усереднення у формулі (2) може становити хвилини та навіть десятки секунд.

Якщо всі статистичні характеристики випадкової функції  $\Delta\vec{U}$ , що визначені для довільної точки  $(X_g, Y_g, Z_g)$ , не залежать від цієї точки, то турбулентність носить назву однорідної. Поле турбулентності ізотропне, якщо в ньому не можливо виділити якого-небудь переважного напрямку. Звичайно, однорідна ізотропна турбулентність – лише ідеалізація реальної атмосферної турбулентності, але зручна ідеалізація [2]. Відхилення від ізотропності – анізотропність турбулентної атмосфери, викликана рельєфом місцевості, простягається до відносної висоти порядку 1000 м.

Розміри літака є малими у порівнянні з розмірами вихорів, що здійснюють помітний вплив на керований короткоперіодичний рух літака.

Швидкість повітря навколо літака можна вважати випадковою функцією не трьох, а тільки однієї повздовжньої координати, взагалі кажучи, земної:

$$\Delta\vec{U} = \Delta\vec{U}(X_g, t). \tag{3}$$

При рівномірному русі літака  $X_g = Vt$  і вираз для випадкової функції (3) можна записати у вигляді

$$\Delta\vec{U} = \Delta\vec{U}(Vt, t). \tag{4}$$

При достатньо високій швидкості польоту літака другим аргументом можна знехтувати, вважаючи

$$\Delta\vec{U} = \Delta\vec{U}(Vt). \tag{5}$$

Це свідчить, що розподілення випадкової складової вітру в просторі вважається наче “замороженим” і залежність від часу виникає за рахунок того,

що літак пронизує це розподілення. Дане припущення носить назву гіпотези Тейлора. Зрозуміло, що ця гіпотеза справедлива до деяких значень швидкості  $V$ . Крім цього, при заданому значенні  $U$  гіпотеза втрачає силу для найбільш низькочастотних в просторовому значенні складових вітру. Проте в пілотажних задачах ці складові можуть не враховуватися. Вектор випадкової складової швидкості руху повітря (5), так само як і повний вектор (2), можуть проектуватися на різні системи координат. "Постійна" складова вітру  $\vec{U}$  пов'язана з погодою в даному районі, рельєфом, ландшафтом і її природно розглядати в земній або нормальній системі координат.

Центровану випадкову складову  $\Delta\vec{U}$  при ізотропній турбулентності атмосфери можна розглядати в будь-якій системі координат. Зокрема, прийнято розглядати  $\Delta\vec{U}$  в швидкісній системі координат, виділяючи складову  $\Delta U_1 = \Delta U_{x0}$ , колінеарну з вектором  $\Delta\vec{V}$ , та складову  $U_2$ , що є нормальною до цього вектора.

Аргументом кореляційних функцій випадкових функцій можуть бути

$$\Delta U_1 = \Delta U_1(Vt); \Delta U_2(Vt) \quad (6)$$

або відстань  $l=Vt$ , або час.

Тоді, кореляційні функції мають вигляд [2]

$$R_1 = \sigma_{\Delta U}^2 \exp\left(-\frac{|\Delta l|}{L}\right) = \sigma_{\Delta U}^2 \exp\left(-\frac{V|\Delta\tau|}{L}\right); \quad (7)$$

$$\begin{aligned} R_2 &= \sigma_{\Delta U}^2 \left(1 - \frac{|\Delta l|}{2L}\right) \exp\left(-\frac{|\Delta l|}{L}\right) = \\ &= \sigma_{\Delta U}^2 \left(1 - \frac{V|\Delta\tau|}{2L}\right) \cdot \exp(-VL^{-1}\Delta\tau). \end{aligned} \quad (8)$$

Де  $\sigma_{\Delta U}^2$  – дисперсія швидкості випадкової складової вітру;  $L$  – так званий масштаб турбулентності.

Атмосфера вважається практично спокійною, якщо похибка  $\sigma_{\Delta U} < 0,5 \text{ мс}^{-1}$ , і значно збудженою, якщо похибка  $\sigma_{\Delta U} > 2,5 \text{ мс}^{-1}$ . В пілотажних задачах зазвичай приймають значення градієнтної ділянки  $100 \text{ м} \leq L \leq 1000 \text{ м}$  (Рис. 4). Випадковий процес  $\Delta U_1(Vt)$ , кореляційна функція якого має вигляд (7), еквівалентний білому шуму, що профільтрований аперіодичною ланкою з постійною часу  $\frac{L}{V}$ :

$$\Delta\dot{U}_1 + VL^{-1}\Delta U_1 = \sqrt{2VL^{-1}}\sigma_{\Delta U}\zeta_1, \quad (9)$$

де  $\zeta_1$  – білий шум одиничної інтенсивності.

Мається на увазі усталений випадковий процес на виході аперіодичної ланки. Відповідна спектральна щільність має значення:

$$S_{\Delta U_1}(\omega) = 2LV^{-1}\sigma_{\Delta U}^2(1+L^2V^{-2}\omega^2)^{-1}. \quad (10)$$

Випадковий процес  $\Delta U_2$ , кореляційна функція якого має вигляд (8), може бути представлена за допомогою білого шуму та формуючого фільтру, що складається з трьох ланок – двох однакових аперіодичних ланок з постійною часу  $LV^{-1}$  та форсууючої ланки з постійною  $\sqrt{3}LV^{-1}$ . Можливо також описати формуючий фільтр двома зв'язаними диференціальними рівняннями першого порядку без похідних у правих частинах:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{U}_2^* + VL^{-1}\Delta U_2^* &= (\sqrt{3}-1)\sqrt{VL^{-1}}\sigma_{\Delta U}\zeta_2 \\ \Delta\dot{U}_2 + VL^{-1}\Delta U_2^* + VL^{-1}\Delta U_2 &= \sqrt{3VL^{-1}}\sigma_{\Delta U}\zeta_2, \end{aligned} \quad (11)$$

де  $\zeta_2$  – нормований (з одиничною спектральною щільністю) білий шум, незалежний від  $\zeta_1$ ;  $\Delta U_2^*$  – допоміжна змінна.

Спектральна щільність встановленого випадкового процесу  $\Delta U_2$  має значення:

$$S_{\Delta U_2}(\omega) = LV^{-1}\sigma_{\Delta U}^2 \frac{1+3L^2V^{-2}\omega^2}{(1+L^2V^{-2}\omega^2)^2}. \quad (12)$$

Отже, при аналізі впливу вітрових збурень на параметри польоту літака на етапі заходу на посадку будемо використовувати наступні моделі:

- 1) модель пориву вітру (рис. 5);
- 2) модель турбулентності (рис. 6), представлені в системі Simulink/Matlab у вигляді блок-схеми [4].

Загальний вид моделі зовнішнього середовища зображено на рис. 7.

Нижче наведено приклад використання описаної вище моделі збурень при дослідженні системи автоматичного управління (САУ) пасажирського літака на етапі заходу на посадку (в боковому каналі) для випадку зі значенням вітрового збурення  $Wz = -15 \text{ м/с}$  (рис. 8).

## Висновки

Для аналізу впливу збурень до математичної моделі просторового руху літака включають математичні моделі вітрових збурень, тому при розробці моделі зовнішніх збурень для моделювання польоту літака на етапі заходу на посадку необхідно враховувати вплив метеорологічних факторів на динаміку польоту літака. Таким чином, надалі при моделюванні заходу літака на посадку та дослідженні доцільно розглядати математичні моделі випадкової складової вітру, що характеризує вплив неспокійної атмосфери на пілотажні властивості літака. Вони представлені моделями пориву вітру (вертикального та трапецієвидного) і турбулентності атмосфери (9), (11) [3].

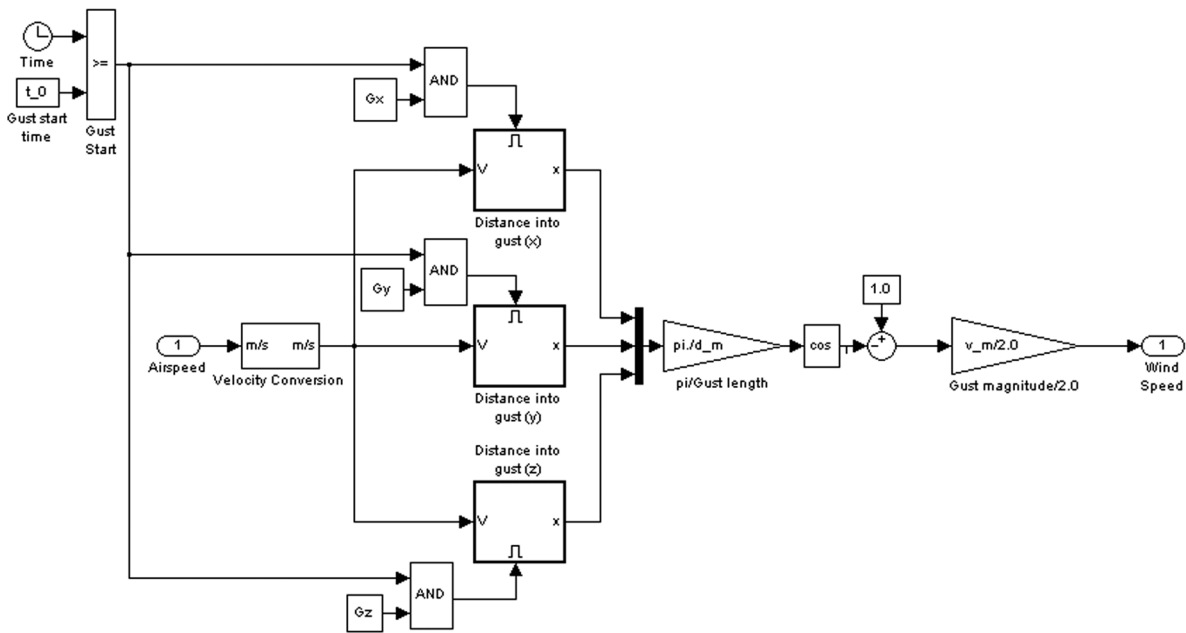


Рис. 5. Модель порыву вітру

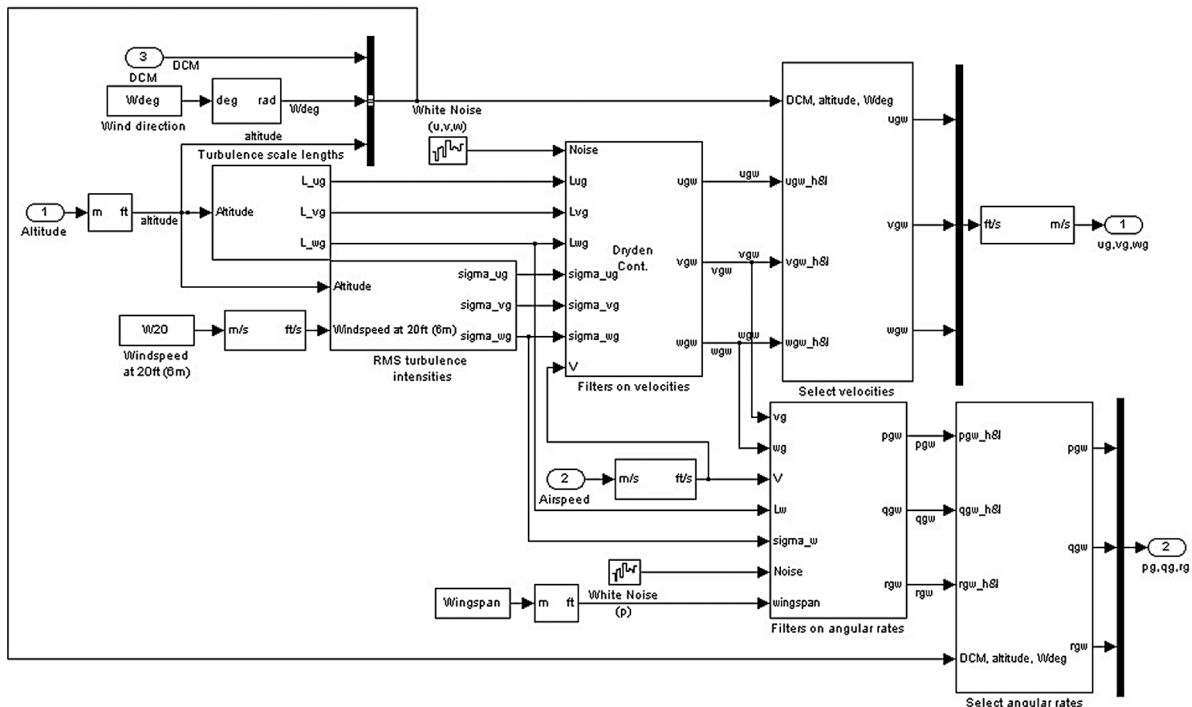


Рис. 6. Модель турбулентності

Математична модель вітрових збурень може бути використана як для розробки методів розрахунку динаміки літальних апаратів, так й для створення та вдосконалення технічних систем, що

забезпечують безпеку експлуатації цих об'єктів. Зокрема, на основі цієї математичної моделі можуть бути створені або вдосконалені системи автоматичного управління літаків, спеціалізовані



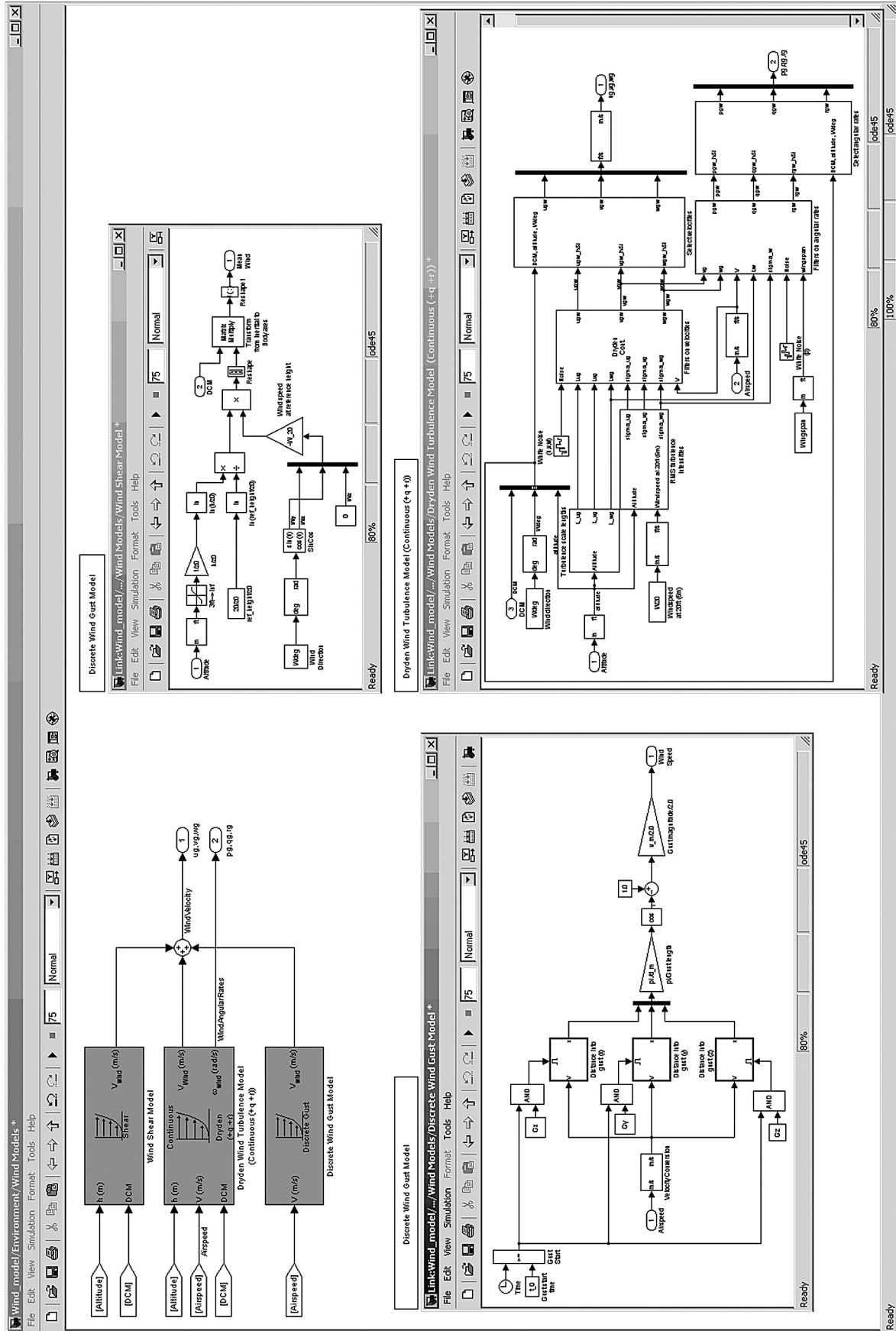
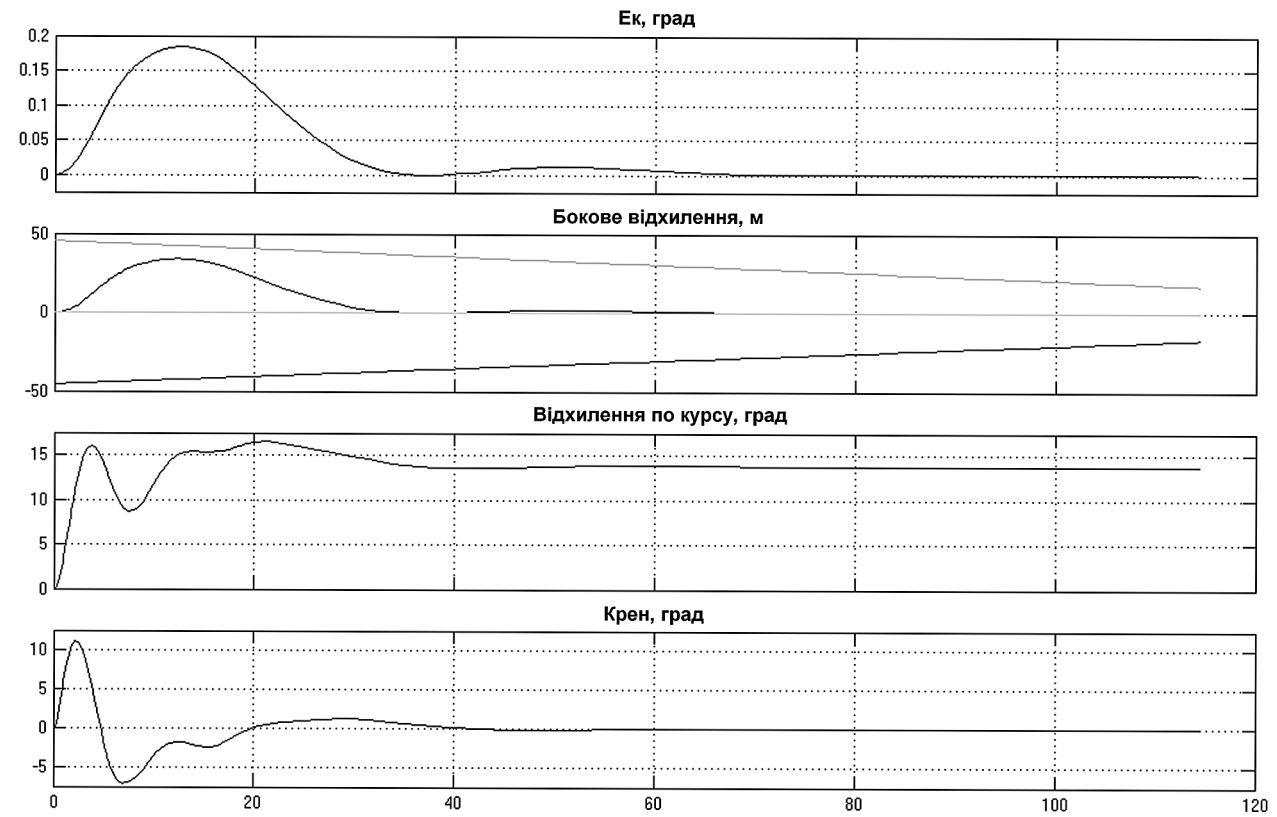
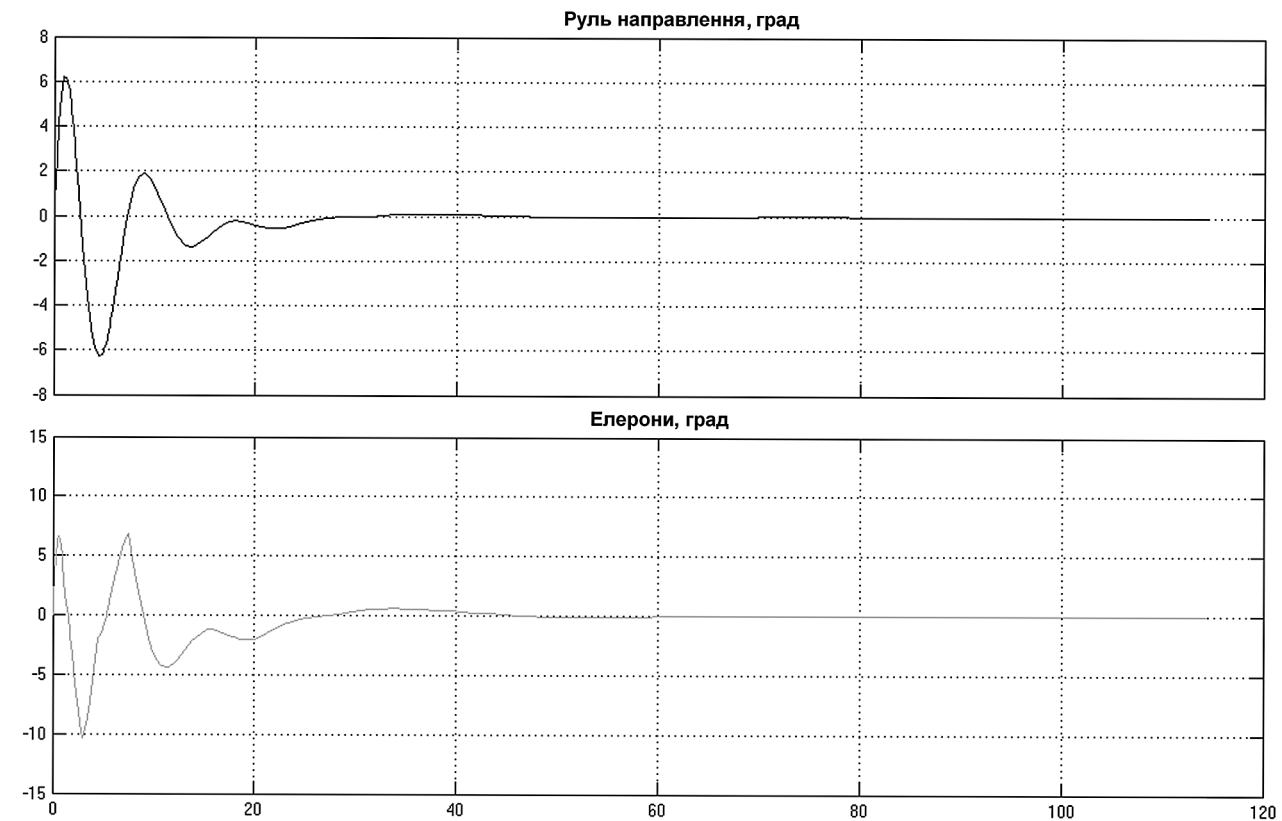


Рис. 7. Дослідження впливу вітрового збурення ( $Wz = -15 \text{ м/с}$ , передаточні числа відповідають розрахованим)



time offset: 0



time offset: 0

Рис. 8. Дослідження впливу вітрового збурення ( $W_z = -15 \text{ м/с}$ , передаточні числа відповідають розрахованим)



стенди (тренажери) для відпрацювання навичок пілотування та посадки ЛА в умовах вітру. Крім того зазначений підхід дозволяє:

- Виконати попередній аналіз розроблених режимів (захід на посадку, тощо) САУ на стадії спільного проектування літака і САУ;
- Здійснити супровід напівнатурного моделювання САУ;
- Виконати статистичний аналіз режиму заходу на посадку при істотній економії матеріальних витрат у процесі льотних випробувань;
- розробити рекомендації налаштування контурів автоматичного управління в процесі льотних випробувань САУ.

## Література

- [1] Асланиян А. Э. Системы автоматического управления полетом летательных аппаратов/ Асланиян А. Э. — К.: КВВАИУ, 1984. — 436 с.
- [2] Рогожин В.О. Пилотажно-навигационные комплексы воздушных судов: учеб. [для студ. высш. навч. закл.] / Рогожин В.О., Синеглазов В.М., Філяшкін М.К. — Київ: Книжкове видавництво НАУ, 2005. — 316 с.
- [3] Дьяконов В.П. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6. Основы применения/ Дьяконов В.П.-М.: СОЛОН-Пресс, 2005. — 800 с.
- [4] Turvesky, A. Model-based Design of a New Lightweight Aircraft/ Turvesky, A., Gage, S., and Buhr, C.- AIAA paper 2007-6371, AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Hilton Head, South Carolina, Aug. 20–23, 2007.

*Prosvirin D.A.*

ANTONOV, State-owned Enterprise. Ukraine, Kiev

## MATHEMATICAL MODEL DESIGN OF DISTURBANCES FOR AIRCRAFT FLIGHT MODELING ON APPROACH

*Environment models creation for aircraft flight modeling on approach is a complex, time-consuming process with technical and process challenges. This article show how to use MathWorks® products to address these challenges. Mathematical model of the wind random component specified by gust and turbulence wind models in Matlab/Simulink, that characterize atmosphere effect on aircraft flight characteristics is considered. Deployment of Simulink and Aerospace Blockset software for rapidly aircraft flight modeling research accelerate your vehicle disturbance model development.*

*Keywords:* disturbance, Simulink, Aerospace Blockset, wind random component, gust wind model, turbulence wind model.

## References

- [1] Aslanyan A. Aircraft automatic flight control systems/ Aslanyan A. — Kyiv: KVVAIU, 1984. — 436p.
- [2] Rogozhin V. Aircraft flight navigation complexes: textbook. [for institution of higher education students]/ Rogozhin V, Sineglazov V., Filyashkin N.-Kyiv: publishing house NAU, 2005. — 316 p.
- [3] Deaconov V. MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6 Bases of application/ Deaconov V. — Moscow: SOLON-Press, 2005. — 800p.
- [4] Turvesky, A. Model-based Design of a New Lightweight Aircraft/ Turvesky, A., Gage, S., and Buhr, C. — AIAA paper 2007-6371, AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Hilton Head, South Carolina, Aug. 20–23, 2007.