

## К ВОПРОСУ КЛАССИФИКАЦИИ МАШИН ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

## Анотація

*На підставі аналізу кінематичних схем машин ОМТ, що містять кінематичну пару із твердого тіла та тіла, що пластично деформується, отримані додаткові рівняння рівноваги сил і балансу потужності сил тертя ковзання в осередку деформації, що дозволить уточнити граничні умови при рішенні крайових задач ОМТ.*

## Abstract

*On the basis of kinematic schemes analysis of the working metals by pressure machines containing kinematic joints with rigid and plastically deformed bodies received additional equations. These equations based on the balance of forces and power of the friction forces in the source of deformation. It allows determining boundary conditions more precisely during solving of the boundary value problem of the working metals by pressure.*

Интенсификация процессов ОМД неразрывно связана с совершенствованием методов решения краевых задач обработки металлов давлением, в первую очередь за счет уточнения граничных условий, к числу которых относятся вопросы внешнего трения в очаге деформации как результат взаимодействия заготовки и инструмента. В настоящее время для учета особенностей процессов трения при ОМД от трения абсолютно твердых тел в технической литературе используется термин “машинное трение” [1, 2]. Между тем, в такой отрасли науки как механика машин<sup>1</sup> термин “машинное трение” не предусмотрен. Здесь необходимо отметить следующее. Определение машины-орудия предусматривает следующие характерные признаки [3, 4, 5]. Машина — искусственно созданный человеком объект для выполнения определенной (полезной) работы при использовании источника энергии неживого происхождения. Таким образом, машины для процес-

сов ОМД могут и должны включать в свой состав пластически деформируемую заготовку, ради деформации (изменения геометрии) которой и приданию ей определенных потребительских (физико-механических) свойств создается та или иная машина (стан, пресс, молот и т.д.). Отсутствие заготовки в очаге деформации, образующем кинематическую пару инструмент — заготовка, однозначно переводит это изделие в разряд механизмов, которые согласно теории механизмов и машин (ТММ<sup>2</sup>) не предназначены для выполнения работы, а служат только для передачи от ведущего звена ведомому звену определенного характера движения или усилия. В этом случае расход мощности на трение в очаге деформации не отражает в полной мере взаимного влияния ведущего звена — инструмента и ведомого звена — заготовки при прокатке или ведущего звена заготовки и ведомых звеньев роликов при волочении на энергосиловые параметры привода машины ОМД (прокатного или волочильного станков). В ТММ для анализа процессов трения в различных кинематических парах при работе машин используют термин “приведенный коэффициент трения”, который определяется исходя из условия равенства мощностей сил трения в кинематической паре и составляющей (части) мощности привода, которая расходуется на преодоление внешнего трения в этой паре. При этом в механике машин (рис. 1) наиболее изучены и продолжают совершенствоваться различные кинематические пары, состоящие в основном из твердых<sup>3</sup> тел, твердого тела и жидкости. В то же время вопросы исследования кинематических пар, содержащих твердое и пластически деформируемые тела, в механике машин остаются открытыми. Вследствие чего термины специалистов (в области ОМД — “машинное трение” и в области механики машин — “приведенный коэффициент трения”) не находят должного взаимопонимания друг у друга при решении общих задач, связанных с совершенствованием процессов и машин обработки материалов давлением.

<sup>1</sup> “Механика машин” объединяет комплекс вопросов динамики и статики машин, а также вопросы трения в машинах [3, с. 3].

<sup>2</sup> Задача курса теории механизмов и машин (ТММ) — дать основные сведения по проектированию машин и механизмов и осветить вопросы их механики, т. е. вопросы движения и работы [3, с. 5].

<sup>3</sup> Здесь и далее по тексту под термином “твердое тело” понимается абсолютно твердое тело.

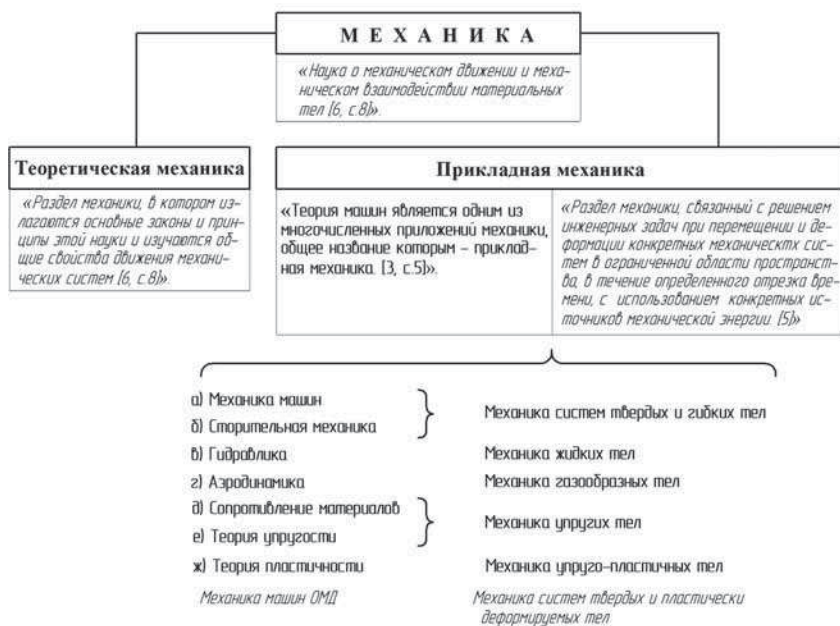


Рис. 1. Классификация механики, предложенная проф. Н.И. Колчиным [3], выделена жирным шрифтом

Целью настоящей статьи является определение общих закономерностей и характерных особенностей машин ОМД для их учета при исследовании кинематики и динамики машин и механизмов, в состав которых входят кинематические пары, содержащие твердые звенья и пластически деформируемые.

На рис. 2 и рис. 3 приведены кинематические схемы прокатного и волочильного станов, характеризующие особенности машин ОМД. На рис. 2а и 2б представлены упрощенные (плоские) кинематические схемы взаимодействия механизмов, составляющих прокатный и волочильный станы, для определения степени подвижности которых используется формула Чебышева [3, 4]:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2, \quad (1)$$

где  $n$  — число подвижных звеньев в виде твердых тел;  $p_1$  — число пар первого рода, обеспечивающих одну степень относительной свободы двух твердых звеньев;  $p_2$  — число пар второго рода, обеспечивающих две степени относительной свободы двух твердых звеньев. (На рис. 2 и рис. 3 каждое из звеньев обозначается арабской цифрой, каждая из пар первого рода обозначается буквой  $p_1$ , а пара второго рода — буквой  $p_2$ . Под каждой из кинематических схем на рис. 2 и рис. 3 приведен расчет степени подвижности представленной кинематической схемы).

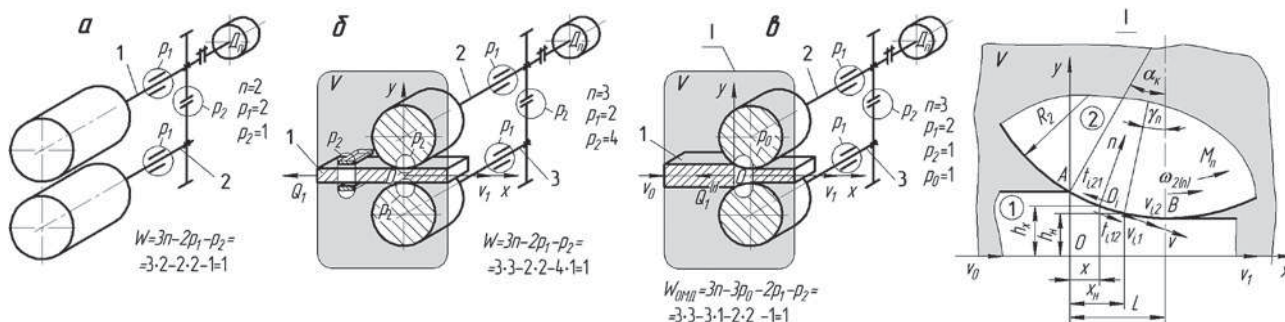


Рис. 2. Упрощенные кинематические схемы одноклетьевого прокатного стана: а — механизмов стана; б — твердотельной механической модели стана; в — машины ОМД

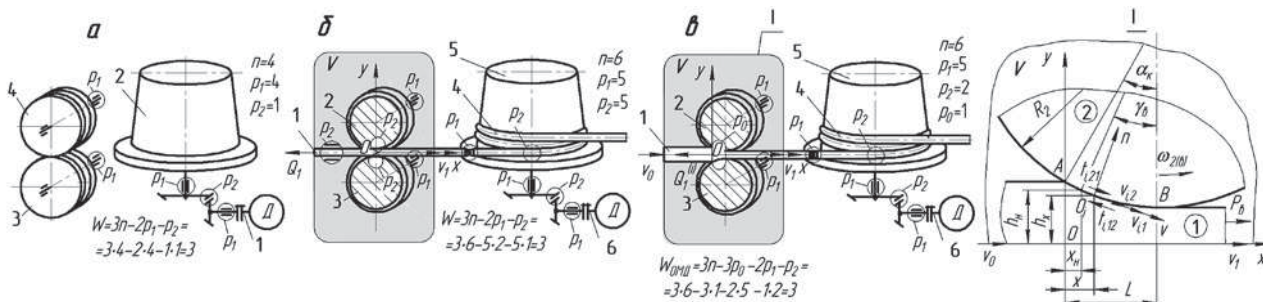


Рис. 3. Упрощенные кинематические схемы непрерывного однократного волочильного роликового стана: а — механизмов стана, включающих неприводные ролики 3 и 4, образующие роликовую волоку; б — твердотельной механической модели стана; в — машины ОМД

На рис. 2б и рис. 3б представлены кинематические схемы механических моделей, отражающих принцип действия прокатного и волочильного станов. В состав механических моделей входит твердотельная заготовка 1, поступательное перемещение которой вдоль оси  $Ox$  обеспечивается за счет трех дополнительных кинематических пар  $p_2$ , расположенных в плоскости  $V$ . При этом две кинематические пары качения установлены вдоль оси  $Oy$ , проходящей через оси вращения роликов, а одна поступательная пара — вдоль оси  $Ox$  перед валками при прокатке или роликами при волочении и ограничивает перемещение заготовки в направлении оси  $Oy$ .

Для прокатного стана (рис. 2б) при его работе без переднего и заднего натяжений синхронная угловая скорость вращения валков ( $\omega_{2(n)}$ ) равных радиусов ( $R_2$ ) обеспечивается за счет кинематической пары  $p_2$  между зубчатыми колесами, расположенными на валах 2 и 3. При этом ведущим звеном фрикционной пары валок — заготовка является валок, которому со стороны двигателя  $D_n$  передается момент  $M_n$  для преодоления внешней силы сопротивления движения  $Q_1$ , приложенной к заготовке, перемещающейся со скоростью  $v_1$ ;

Для волочильного стана (рис. 3б) перемещение заготовки 1 со скоростью  $v_1$  обеспечивается гибким телом 4, которое связано с заготовкой 1 плоским шарниром ( $p_1$ ) и перемещается со скоростью  $v_1$  за счет силы трения между этим телом 4 и тянущим барабаном 5, образуя между ними кинематическую пару качения  $p_2$ . В этом случае вращение неприводных роликов 2 и 3 обеспечивается силами трения между ведущим звеном 1 (заготовкой) и ведомыми звеньями (неприводными роликами) 2 и 3, каждый из которых получает вращение за счет кинематической пары качения  $p_2$ . При этом внешнюю силу сопротивления движению заготовки ( $Q_1$ ) преодолевает тело 4, действующее на передний (по ходу движения) конец заготовки 1.

На рис. 2в и рис. 3в приведены кинематические схемы машин ОМД, в состав которых включены кинематические пары, состоящие из твердых тел (инструментов) и пластически деформируемых (заготовок), образующие очаги деформации (выноски 1 на рис. 2в и рис. 3в).

В очаге деформации прокатного стана (рис. 2в) между заготовкой и валками реализуются три кинематические пары  $p_2$ , обеспечивающие:

- передачу рабочими валками внешнего момента от привода клетки к деформируемой заготовке

за счет сил трения, действующих между валками и заготовкой, которые преодолевают действие внутренней силы  $Q_1^{(i)}$ , возникающей в материале заготовки в процессе деформации;

- согласованное перемещение точек материала заготовки<sup>4</sup> вдоль координатных осей  $Ox$  и  $Oy$  очага деформации, вытекающие из условия постоянного расхода объема материала заготовки в любом сечении очага деформации.

Совокупность этих кинематических пар образует кинематическую пару ОМД нулевой подвижности ( $p_0$ ) для пластически деформируемого тела. Таким образом, кинематическая пара нулевой подвижности лишает материал заготовки (точки материала заготовки) трех степеней свободы относительно инструмента, обеспечивая кинематические условия, необходимые для соблюдения закона постоянства объема материала заготовки в очаге деформации, при котором скорость материала заготовки на входе в очаг деформации ( $v_0$ ) меньше скорости материала заготовки на выходе из очага деформации ( $v_1$ ).

В очаге деформации роликового волочильного стана (рис. 3в) так же реализуются три кинематические пары  $p_2$ , обеспечивающие вращение ведомых неприводных роликов 2 и 3 ведущей заготовкой 1 за счет сил трения, действующих между ними при условии постоянства расхода объема материала заготовки в любом сечении очага деформации. Совокупность этих пар также образует кинематическую пару  $p_0$ . При этом преодоление внутренней силы  $Q_1^{(i)}$  материала заготовки обеспечивается готовым изделием (проволокой), которое передает усилие волочения заготовке 1 со стороны тянущего барабана 4, реализуя действие кинематических пар  $p_1$  и  $p_2$  между телами 1, 4 и 5 на рис. 3б.

При определении степени подвижности ( $W_{омд}$ ) машин ОМД (рис. 2в и рис. 3в) в уравнение (1) внесены уточнения, учитывающие специфику кинематических пар в виде очагов деформаций, исходя из нижеследующего. Общее количество подвижных твердых тел, с учетом пластически деформируемых заготовок составляет  $n$  тел (звеньев) и  $p_0$  кинематических пар, состоящих из пластически деформируемых и твердых тел. Добавление в кинематическую схему механизмов машины ОМД определенного количества деформируемых тел (заготовок) и соответствующих им кинематических пар нулевой подвижности не изменяет степень подвижности механизмов машины ОМД. Таким образом, для определения степени подвижности машин ОМД можно предложить следующее уравнение:

<sup>4</sup> Здесь и далее по тексту под термином «точка материала заготовки» понимаем элементарный объем  $dV \rightarrow 0$  материала заготовки в окрестностях рассматриваемой точки. Для плоской деформации — элементарную площадь  $dS \rightarrow 0$ .



$$W_{\text{омд}} = 3n - 3p_0 - 2p_1 - p_2, \quad (2)$$

где  $n$  — число подвижных звеньев, включающих деформируемые заготовки;  $p_0$  — число пар нулевого рода, степень подвижности которых равна нулю, а их количество соответствует числу деформируемых заготовок.

Нулевая подвижность кинематической пары в виде очага деформации предопределяет для математического описания условий установившегося движения тел, представляющих очаг деформации, уравнения статики (кинетостатики), аналогичные кинематической цепи<sup>5</sup> из двух твердых тел (звеньев) и трех шарниров, образующих Ассуровую группу, степень подвижности которой равна нулю [3, 4]

$$\sum \bar{P}_1 = 0, \quad \sum \bar{P}_2 = 0 \quad \text{и} \quad \sum \bar{P}_1 + \sum \bar{P}_2 = 0, \quad (3)$$

где  $\sum \bar{P}_1$  и  $\sum \bar{P}_2$  — геометрическая сумма всех

сил (внешних и внутренних), действующих на тела кинематической пары, и дополнительную систему уравнений, вытекающих из баланса мощности сил, входящих в уравнение (3). К числу таких уравнений можно отнести уравнения, определяющие баланс мощности сил трения скольжения ( $W_{T,1-2}$ ) при диссипации на контактных поверхностях заготовки и инструмента части механической энергии, подводимой к очагу деформации внешними силами [5].

$$\begin{cases} W_{T,1-2} = W_{T,1} + W_{T,2}; \\ W_{T,1-2} = W_{\text{д}}^{\text{л}}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $W_{T,1}$  и  $W_{T,2}$  — соответственно мощности сил трения скольжения<sup>6</sup>, действующих в очаге деформации на поверхности заготовки и поверхности инструмента;  $W_{\text{д}}^{\text{л}}$  — составляющая мощности привода (двигателя) машины ОМД, затраченная в процессе диссипации механической энергии на контактной поверхности очага деформации ведущим звеном кинематической пары заготовка—инструмент.

Характерной особенностью кинематической пары, состоящей из твердого тела 2 и пластически деформируемого тела 1, при установившемся процессе деформации является неравномерная скорость скольжения тел в этой кинематической паре, обусловленная условием постоянства объема

деформируемого материала заготовки, когда скорость перемещения контактной поверхности инструмента постоянная, а скорость перемещения материала заготовки в очаге деформации переменная. При этом в каждой точке материала заготовки тензор напряженного состояния для плоской деформации определяется выражением [8]

$$\sigma_s = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \quad (5)$$

где  $\sigma_s$  — предел текучести материала заготовки (напряжение, соответствующее началу пластической деформации образца из материала, аналогичного по физико-механическим свойствам материалу заготовки, в условиях его однородной деформации в направлении главного напряжения по оси симметрии очага деформации);  $\sigma_x = \sigma_x(x, y)$  и  $\sigma_y = \sigma_y(x, y)$  — соответственно нормальные напряжения, действующие параллельно осям  $Ox$  и  $Oy$  основной декартовой системы координат  $xOy$ , ось  $Ox$  которой параллельна оси симметрии очага деформации и направлена в сторону перемещения заготовки;  $\tau_{xy} = \tau_{xy}(x, y)$  — касательное напряжение, действующее параллельно оси  $Ox$ .

На поверхности контакта заготовки и инструмента уравнение (5) преобразуется в уравнение вида

$$\sigma_s(x, h_x) = \sqrt{(\sigma_n(x, h_x) - \sigma_v(x, h_x))^2 + 4\tau_v^2(x, h_x)}, \quad (6)$$

где  $h_x$  — высота заготовки в сечении очага деформации с координатой  $x$ ;  $\sigma_s(x, h_x)$  — предел текучести материала заготовки в каждой  $i$ -ой точке заготовки и инструмента с номером  $i$  и координатами  $x$  и  $y = h_x$ ;  $\sigma_n$  и  $\sigma_v$  — соответственно нормальные напряжения в  $i$ -ой точке заготовки параллельно осям  $O_i n$  и  $O_i v$  вспомогательной декартовой системы координат  $nO_i v$ , центр  $O_i$  которой совмещен с  $i$ -ой точкой, ось  $O_i n$  направлена по нормали к контактной поверхности заготовки и инструмента, ось  $O_i v$  направлена по касательной к контактной поверхности в направлении движения материала заготовки;  $\tau_v(x, h_x)$  — касательное напряжение, действующее в  $i$ -ой точке заготовки параллельно оси  $O_i v$ . При этом в  $i$ -ой точке контакта инструмента и заготовки на 2 со стороны заготовки 1 действуют следующие приведенные к единице площади силы: нормальные  $p_{12}(x, h_x)$  и удельные силы трения скольжения [8]:

<sup>5</sup> Кинематическая цепь — подвижное соединение звеньев с помощью кинематических пар (соединений) [4].

<sup>6</sup> Коэффициент трения. Отношение силы трения *двух тел* к нормальной силе, прижимающей эти тела друг к другу [7, с. 15]. Курсивом автором статьи выделены слова, указывающие на то, что при анализе коэффициента трения скольжения его можно оценивать по силе трения, действующей как на ведущее, так и ведомое тело кинематической пары.

$$\pm t_{12}(x) = \begin{cases} \pm f p_{12}(x) = \mp f p_{21}(x) \Rightarrow \mp \tau_v(x, h_x), & \text{если } v_{i,12}(x, h_x) \neq 0; \\ 0 = \tau_v(x_n, h_n), & \text{если } v_{i,12}(x_n, h_n) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $f$  — коэффициент трения скольжения;  $p_{21}(x) = -p_{12}(x)$  — давление, действующее в  $i$ -ой точке контактной поверхности на инструмент 2 со стороны заготовки;  $t_{21}(x) = -t_{12}(x)$  — удельная сила трения, действующая на инструмент со стороны заготовки, которая соответствует тангенциальному напряжению  $\tau_v(x, h_x)$ ; положительная величина  $t_{12}$  имеет место на участках очага деформации, где  $i$ -я точка поверхности инструмента является ведущей по отношению к поверхности заготовки

$$v_{i,12}(x, h_x) = v_{i,1}(x, h_x) - v_{i,2}(x, h_x) < 0 \quad \text{и} \quad v_{i,1}(x, h_x) > 0, \quad (8)$$

здесь  $v_{i,1}(x, h_x)$  — скорость  $i$ -ой точки заготовки на контактной поверхности инструмента в направлении оси  $O_i v$ ;  $v_{i,2}(x, h_x) \geq 0$  — скорость  $i$ -ой точки контактной поверхности инструмента в направлении оси  $O_i v$ . Величина  $t_{12}(x) < 0$ , когда ведущим элементом на участках контактной поверхности является  $i$ -я точка поверхности заготовки

$$v_{i,12}(x, h_x) = v_{i,1}(x, h_x) - v_{i,2}(x, h_x) > 0. \quad (9)$$

Величина  $t_{12}(x) = 0$  при условии [8]

$$v_{i,1}(x_n, h_n) = v_{i,2}(x_n, h_n) > 0, \quad (10)$$

где  $h_n$  — высота заготовки в нейтральном сечении очага деформации, координата которого  $x = x_n$  при условии, что ширина заготовки в очаге деформации  $b(x, y) = b = const$ . Соответственно в точке контакта нейтрального сечения заготовки с подвижной поверхностью инструмента  $\tau_v(x_n, h_n)$  и в этой точке заготовки действуют главные напряжения [2, 8, 9]:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \max \{ \sigma_n(x, h_x) \} > \sigma_2 = \min \{ \sigma_v(x, h_x) \}; \\ \sigma_1 = \max \{ \sigma_v(x, h_x) \} > \sigma_2 = \min \{ \sigma_n(x, h_x) \}. \end{cases} \quad (11)$$

Результирующие силы трения скольжения, действующие в очаге деформации на инструмент со стороны заготовки ( $T_{21}$ ) и на заготовку со стороны инструмента ( $T_{12}$ ) определяются уравнениями:

$$T_{21} = b \int_0^{L_k} t_{21}(x) dv = b \left( \int_0^{L_{оп}} t_{21}(x) dx - \int_{L_{от}}^{L_k} t_{21}(x) dx \right) = -T_{12} \quad (12)$$

$$T_{12} \neq f P_{12} = f \int_0^{L_k} p_{12}(x) dv \quad (13)$$

$$\begin{cases} T_{21} > 0, & \text{если } (v_2 - v_{1,сп}) < 0 \\ & \text{и заготовка 1 — ведущее звено (волочение);} \\ T_{21} < 0, & \text{если } (v_2 - v_{1,сп}) > 0 \\ & \text{и инструмент 2 — ведущее звено (прокатка),} \end{cases} \quad (14)$$

где  $L_k = R_2 \alpha_k$  — длина контактной поверхности инструмента и заготовки (дуга  $AO_iB$  на выносках  $I$  — рис. 2в и рис. 3в);  $L_{оп}$  и  $L_{от} = (L_k - L_{оп})$  — соответственно длины участков контактной поверхности инструмента и заготовки в зонах опережения и отставания заготовки в очаге деформации (дуги контактов  $AO_i$  и  $O_iB$  разделенные нейтральными углами  $\gamma_n$  на выноске  $I$  — рис. 2в и  $\gamma_v$  на выноске  $II$  — рис. 3в);  $P_{12}$  — результирующая сила давления, действующая на заготовку со стороны инструмента;

$$v_{1,сп} = \frac{1}{L_k} \int_0^{L_k} v_{i,1}(x, h_x) dv \quad \text{— средняя скорость пере-$$

мещения наружных точек поверхности заготовки вдоль очага деформации.

Из (7)–(10) и (12)–(14) следует, что мощности сил трения скольжения на поверхностях инструмента и заготовки составят:

$$W_{T,2} = b \int_0^{L_k} t_{21}(x) v_{i,21}(x, h_x) dx < 0; \quad (15)$$

$$W_{T,1} = b \int_0^{L_k} t_{12}(x) v_{i,12}(x, h_x) dx < 0. \quad (16)$$

Соответственно из уравнений (15), (16) и баланса мощности сил трения при работе машины ОМД (4) для кинематической пары из твердого и пластически деформируемого тела нулевой подвижности, как и для пары трения скольжения твердых тел [5], получим

$$W_{T,2} = W_{T,1} = 0,5 W_{T,1-2}. \quad (17)$$

Однако при определении мощности ( $W_{T,2}$ ) удельных сил трения  $t_{21}(x)$  в кинематической паре, состоящей из твердого и пластически деформируемого тела, где  $p_{21}(x, h_x)$  и  $v_{i,21}(x, h_x)$  не являются постоянными величинами по длине



контактной поверхности  $L_k$ , необходимо учитывать, что [9]

$$W_{T,2} = b \int_0^{L_k} t_{21}(x) v_{i,21}(x, h_x) dv \neq f P_{21} \int_0^{L_k} v_{i,21}(x, h_x) dv. \quad (18)$$

Вместе с тем, правую часть уравнения (18) можно представить в виде

$$W_{T,2} = b \int_0^{L_k} t_{21}(x) v_{i,21}(x, h_x) dv = \begin{cases} kf P_{21} v_2 = f_{\text{пр,л}} P_{21} R_2 \omega_{2(m)} & \text{— при прокатке;} \\ f_{\text{пр,в}} P_{21} v_1 & \text{— при волочении,} \end{cases} \quad (19)$$

где  $f_{\text{пр,1}}$  и  $f_{\text{пр,2}}$  — соответственно приведенные коэффициенты трения скольжения в очаге деформации, которые устанавливают зависимость между составляющей мощности привода машины ОМД  $W'_{\text{пр,1}}$ , подводимой к очагу деформации через валок при прокатке (заготовку при волочении) для преодоления мощности сил трения скольжения на контактных поверхностях заготовки и инструмента.

На основании (7), (19) можно определить взаимосвязь между  $f_{\text{пр,л}}$  ( $f_{\text{пр,в}}$ ) и  $f$  в очаге деформации машин ОМД:

$$f_{\text{пр,л}} = f \frac{\int_0^{L_{\text{оп}}} p_{12}(x) v_{i,12}(x, h_x) dv - \int_{L_{\text{оп}}}^{L_k} p_{12}(x) v_{i,12}(x, h_x) dv}{P_{12} v_2}$$

— для прокатки без натяжения;

$$f_{\text{пр,в}} = f \frac{\int_0^{L_{\text{оп}}} p_{12}(x) v_{i,12}(x, h_x) dv - \int_{L_{\text{оп}}}^{L_k} p_{12}(x) v_{i,12}(x, h_x) dv}{P_{12} v_1}$$

— для волочения в роликах.

### Выводы

Установлены характерные отличия машин ОМД в единой классификации машин и механизмов. Предложено включать в состав кинематической схемы машин ОМД очаг деформации в виде

кинематической пары, состоящей из твердого тела и пластически деформируемого тела. Приведена формула для определения степени подвижности машин ОМД с учетом очага деформации.

Анализ кинематической пары инструмент—заготовка методами прикладной механики позволяет получить дополнительные уравнения равновесия сил и баланса мощности сил трения скольжения в очаге деформации, что позволит уточнить граничные условия для решения краевых задач ОМД.

### Литература

1. Охрименко Я.М. Деформационное трение / Я.М. Охрименко // Известия Вузов. Черная металлургия. — 1972. — №5. — С. 62–66.
2. Зильберг Ю.В. Методы расчета напряжений трения при пластической деформации / Ю.В. Зильберг // Теория и практика металлургии. — 2002. — №4. — С. 31–39.
3. Колчин Н.И. Теория механизмов и машин / Н.И. Колчин, М.С. Мовнин. — Ленинград: «Судпромгиз», 1962. — 616 с.
4. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин / С.Н. Кожевников — изд. 4-е, исправленное. — М.: Машиностроение, 1973. — 592 с.
5. Добров И.В. Физические основы процессов внешнего трения при решении задач прикладной механики / И.В. Добров // Трение и смазка в машинах и механизмах. — 2007. — №7. — С. 3–10.
6. Теоретическая механика. Терминология. Буквенные обозначения величин: сборник рекомендуемых терминов. — М.: Наука, 1984. — Вып. 102. — 48 с.
7. ДСТУ 2823. Зносостійкість виробів тертя, зношування та мащення. Терміни та визначення.
8. Целиков А.И. Теория прокатки / А.И. Целиков, А.И. Гришков. — М.: Металлургия, 1970. — 358 с.
9. Добров И.В. Анализ процессов трения твердых и пластически деформируемых тел в механике маши на примере осадки симметричной заготовки плоскими бойками (Сообщение 2) / И.В. Добров // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. — 2009. — №3. — С. 3–10.