

УДК 621.721.052:539.4.014

Прохоренко В.М., Прохоренко О.В.

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут". Україна, Київ

**ПОРІВНЯННЯ РОЗРАХУНКОВИХ СХЕМ ЗВАРЮВАЛЬНИХ ДЖЕРЕЛ
ТЕПЛА ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ОБЧИСЛЕННЯ ЗАЛИШКОВОГО ПРОГИНУ ШТАБИ ПРИ
НАГРІВІ ЇЇ ПОЗДОВЖНЬОЇ КРАЙКИ**

Анотація

На прикладі класичного в теорії зварювальних напруг і деформацій завдання про розрахунок методом складних перетинів залишкового напружено-деформованого стану, максимального прогину і поздовжнього укорочення достатньо вузької і довгої смуги при нагріві її поздовжньої крайки показана можливість і доцільність застосування розрахункової схеми могутнього лінійного джерела зварювального нагріву замість менш зручної розрахункової схеми рухомого лінійного джерела.

Для прийнятих в розрахунках початкових числових даних щодо геометричних розмірів смуги і погонної енергії нагріву її поздовжньої крайки отримані результати розрахунку для вказаних схем нагріву кромки розрізняються між собою приблизно на 0,5–0,6% по величині усадкової сили, залишковому прогину і поздовжньому укороченню.

Abstract

On example of classical task in the theory of welding stress and deformations about calculation by method of complex sections of the residual stress-deformation state, the maximal flexure and longitudinal shortening of sufficient narrow and long bar at heating its longitudinal edge indicated the possibility and utility for application of calculation model of powerful quick source for welding heating instead of not enough easy-to-use calculation model of moving linear source.

For accepted in calculations initial numerical data about bar geometry and rate of energy input its longitudinal edge the draw calculation for mentioned models of edge heating are accession

approximately onto 0,5–0,6% in magnitude of shrinkage force, residual flex-ure and longitudinal shortening.

Одномірні зварні конструкції (ОЗК) широко використовуються у будівництві, на транспорті, машинобудуванні тощо. Поперечний переріз (надалі просто переріз) ОЗК складається переважно з ортогонально розташованих конструктивних елементів прямокутної форми і відносно невеликої товщини, з елементів профільного прокату або з гнутих елементів деякого перерізу. Окремі конструктивні елементи ОЗК з'єднуються між собою поздовжніми швами.

Зварювання швів спричиняє утворення поздовжньої усадки металу за рахунок його залишкової поздовжньої пластичної деформації скорочення в околі зварних швів. Фізична дія на ОЗК відносного (на одиницю довжини ОЗК) об'єму залишкового поздовжнього пластичного скорочення металу в околі швів моделюється двома сумарними усадочними силами, прикладеними зустрічно одна одній до торців ОЗК у точках перерізу, які є центрами ваги об'єму залишкового поздовжнього пластичного скорочення. Лінія дії зустрічних сумарних усадочних сил паралельна поздовжній осі ОЗК, у більшості випадків з нею не співпадає і це створює на її ексцентриситеті по відношенню до поздовжньої осі ОЗК відповідний згинальний момент і, отже, прогини ОЗК відносно головних осей перерізу ОЗК та сумарний прогин ОЗК в деякій її поздовжній площині.

Для розрахунку залишкового напружено-деформованого стану, поздовжнього скорочення та прогину поздовжньої осі ОЗК при зварюванні поздовжніх швів розроблена значна кількість

інженерних методів [1–10], серед яких найбільшою точністю відрізняється метод складних перерізів (МСП) [8–10].

Оскільки конструктивні елементи перерізу ОЗК, як зазначалось вище, мають відносно невелику товщину, то припускається, що при зварювальному нагріві товщина конструктивного елемента прогривається рівномірно і тому при розрахунках напружено-деформованого стану зручно використовувати розрахункові схеми лінійних джерел тепла. До таких схем лінійних джерел тепла постійної потужності з рівномірним розподілом її по товщині пластини, які рухаються прямолінійно з постійною швидкістю, в теорії теплових процесів при зварюванні [11] відносяться дві схеми: потужне швидкодіюче лінійне джерело (ПШЛД) тепла і рухоме лінійне джерело (РЛД) тепла.

З точки зору зручності використання при розрахунках схем ПШЛД та РЛД перевагу треба віддати схемі ПШЛД, оскільки алгоритм розрахунку при цьому суттєво спрощується. В той же час існує думка [4], що при зварюванні металу малої товщини з ручним дуговим або механізованим способом у вуглекислому чи інертному газі використання для розрахунків схеми ПШЛД дає значну похибку і є неприпустимим.

Однак, з власного досвіду розрахунків температурних полів за названими схемами автори не помітили суттєвої різниці між ними для області зварного з'єднання позаду зварювальної дуги і це зумовило постановку даної роботи для початку на прикладі найпростішої класичної задачі в теорії зварювальних напружень та деформацій про нагрівання поздовжньої крайки довгої штаби прямокутного поперечного перерізу.

Отже, розглянемо задачу про розрахунок на основі МСП залишкового напружено-деформованого стану, прогину та поздовжнього скорочення штаби прямокутного перерізу $B \times \delta$ розмірами 15×1 см завдовжки $L = 1000$ см із сталі ВСт.Зсп з такими механічними та теплофізичними властивостями: модуль пружності $E = 2,1 \times 10^5$ МПа, пружна деформація на рівні межі текучості $\varepsilon_s = 12 \times 10^{-4}$, коефіцієнт термічного розширення $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ $1/^\circ\text{C}$, коефіцієнт теплопровідності $\lambda = 0,42$ Дж/(см · сек · $^\circ\text{C}$), коефіцієнт поверхневої тепловіддачі $\alpha_T = 6 \times 10^{-3}$ Дж/(сек · см² · $^\circ\text{C}$), коефіцієнт температуропровідності $a = 0,08$ см²/сек, об'ємна теплоємність $cr = 5,2$ Дж/(см³ · $^\circ\text{C}$).

Одна з поздовжніх крайок штаби нагрівається рухомим з постійною швидкістю зварювальним джерелом тепла з погонною енергією нагріву $q_n = 1,275$ Дж/см.

Нагрів за схемою ПШЛД. Розглянемо вертикально зорієнтовану штабу, показану на рис. 1, ліва крайка якої нагрівається знизу вверх рухо-

мим джерелом тепла. Прямокутну систему координат XOY з початком O у точці розміщення джерела нагрівання обираємо так, щоб її осі X та Y відповідно були спрямовані вздовж штаби вгору та впоперек праворуч.

Повна деформація на стадії нагрівання $\varepsilon h(y) = g \cdot y + d$, параметри g та d мають різні значення для кожного поперечного перерізу в залежності від його координати по осі X . Для поперечного перерізу, в якому перетинаються криві Γb та Γm і визначається bn , параметри g та d позначимо як gn та dn . Відстані від осі шва $s1$ та $s2$ визначають максимальні температури 600 і 500°C . За розрахунками для нашої задачі $s1 = 1,891$ см, $s2 = 2,23$ см. Вибір конфігурації розрахункового перерізу визначається можливістю представлення пружної деформації у його точках такою кількістю невідомих, які можна визначити розв'язанням відповідної системи рівнянь. З огляду на це, обираємо складний ламано-криволінійний розрахунковий

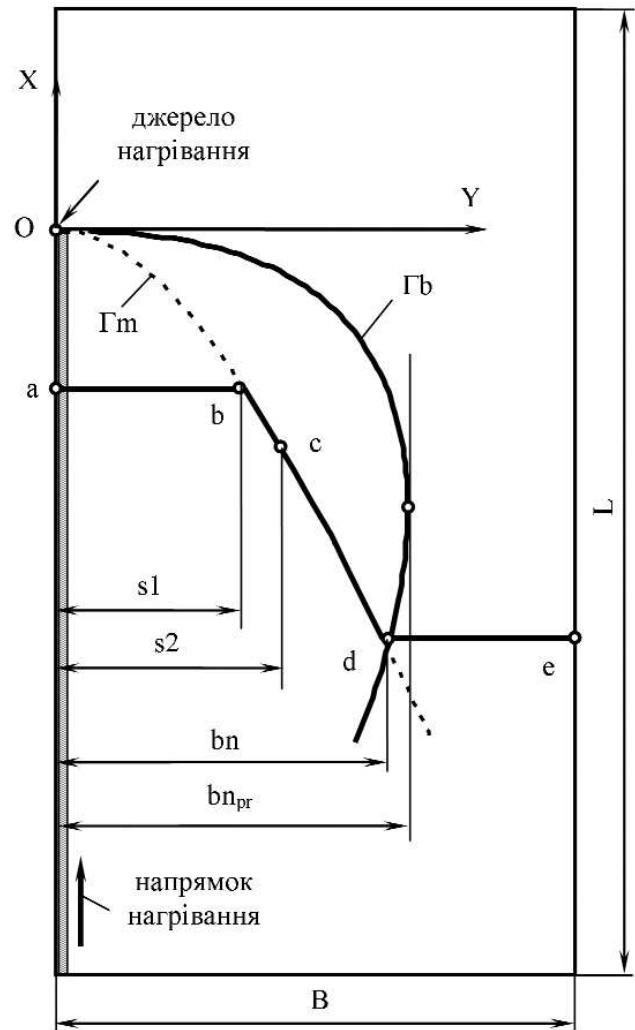


Рис. 1. Схема розміщення складного розрахункового перерізу $abcde$ при нагріванні лівої крайки довгої штаби прямокутного поперечного перерізу $B \times \delta$

переріз *abcde* (рис. 1), для якого пружна деформація на горизонтальній ділянці *ab* дорівнює нулю з причини знеміцнення матеріалу внаслідок високих температур, на криволінійній ділянці *bc* змінюється від нуля до $-\varepsilon_s$ за лінійним законом від координати *y*, на криволінійній ділянці *cd* дорівнює $-\varepsilon_s$, на горизонтальній ділянці *de* дорівнює різниці між повною і температурною деформаціями в залежності від координати *y*.

Визначення ширини *bn*. Складаємо і розв'язуємо наведену нижче в загальному вигляді систему (1) із 3-х рівнянь, яка містить 2 рівняння рівноваги — для осової сили і згинального моменту та рівняння, що є умовою пластичності для граничних точок на межі $y = bn$ зони пластичних деформацій скорочення (ЗПДС):

$$\left. \begin{aligned} \int_0^B \varepsilon h(y) dy &= 0, \\ \varepsilon h(bn) + \varepsilon_s &= 0, \\ \int_0^B \varepsilon h(y) y dy &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Розгорнутий вигляд системи (1):

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{2} \varepsilon_s (s2 - s1) - \varepsilon_s (bn - s2) + \\ + \int_{bn}^B [gn \cdot y + dn - \varepsilon \theta(y, t)] dy &= 0, \\ -\frac{1}{2} \varepsilon_s (s2 - s1) \cdot \left[s2 - \frac{1}{3} (s2 - s1) \right] - \\ - \varepsilon_s (bn - s2) \cdot \left[s2 + \frac{1}{2} (bn - s2) \right] + \\ + \int_{bn}^B [gn \cdot y + dn - \varepsilon \theta(y, t)] \cdot y dy &= 0, \\ gn \cdot bn + dn - \varepsilon \theta(bn, t) + \varepsilon_s &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$t = \frac{1}{\omega} \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot y^2} - a \right),$$

$$\varepsilon \theta(y, t) = \frac{\alpha \cdot q_n}{\delta \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho \cdot t}} \cdot \exp \left(-\frac{y^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t \right),$$

$$\omega = 4ab.$$

Залежності для деформацій. На основі розв'язання системи (2) можна записати для стадії нагрівання залежності для температурної $\varepsilon \theta(y)$ і пружної $\varepsilon h(y)$ деформацій у точках перерізу *abcde* та повної деформації $\varepsilon h(y)$ у точках поперечного перерізу штаби, який збігається з лінією *de*:

$$\varepsilon h(y) = gn \cdot y + dn, \quad (3)$$

$$\varepsilon \theta(y) = \begin{cases} \alpha \cdot 600, & 0 \leq y \leq s1 \\ \frac{\alpha \cdot q_n \cdot \sqrt{\omega}}{\delta \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho}} \cdot (F1 + F2), & s1 \leq y \leq bn \\ \frac{\alpha \cdot q_n}{\delta \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho \cdot t}} \cdot \exp \left(-\frac{y^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t \right), & bn \leq y \leq B \end{cases} \quad (4)$$

$$\varepsilon h(y) = \begin{cases} 0, & 0 \leq y \leq s1 \\ -\varepsilon_s \cdot \frac{y - s1}{s2 - s1}, & s1 \leq y \leq s2 \\ -\varepsilon_s, & 2 \leq y \leq bn \\ gn \cdot y + dn - \frac{\alpha \cdot q_n}{\delta \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho \cdot t1}} \cdot \exp \left(-\frac{y^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t \right), & bn \leq y \leq B \end{cases} \quad (5)$$

де

$$F1 = \frac{\exp \left[\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot y^2}{f(y)} \right]}{[f(y)]^{0.5}}, \quad F1 = \frac{\exp \left[\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot (2 \cdot B - y)^2}{f(2 \cdot B - y)} \right]}{[f(2 \cdot B - y)]^{0.5}},$$

$$f(y) = \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot y^2} - a \right) \omega^{-1},$$

$$f(2 \cdot B - y) = \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot (2 \cdot B - y)^2} - a \right) \omega^{-1}.$$

Графіки деформацій $\varepsilon h(y)$, $\varepsilon \theta(y)$, $\varepsilon h(y)$ за залежностями (3)...(5) показані на рис. 2.

Визначення координат розрахункових точок на кривій $\Gamma m(y)$. Для визначення координат розрахункових точок на кривій $\Gamma m(y)$ в межах ширини *bn* ділимо рівномірно на малі інтервали округлене за допомогою функції "ceil" оболонки MathCAD до більшого цілого числа значення довжини відрізка $[bn-s2]$. З цією метою приймаємо $y_k = s2 + k \cdot \Delta s$ і знаходимо $\xi = \text{ceil}[(bn-s2) \cdot \Delta s^{-1}]$, яке є максимальним значенням поточного параметра $k = 0 \dots \xi$. Довжина інтервалу Δs загалом приймається довільно, але треба виходити з міркувань плавного вигляду кривих, побудованих на основі даних розрахунків. Величина y_k визначає час $t_k = \omega^{-1} \cdot \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot y_k^2} - a \right)$ від моменту перетину джерелом нагрівання перерізу з координатою $y_k = \text{const}$. Параметр $\omega = 4ab$.

Визначення значень поточних параметрів g_k, d_k і sn_k . З цією метою складаємо і розв'язуємо

систему із 3-х рівнянь, використовуючи часову координату t_k :

$$\begin{cases} \int_0^B \varepsilon eh(y, t_k) dy = 0, \\ \varepsilon eh(sn, t_k) + \varepsilon_s = 0, \\ \int_0^B \varepsilon eh(y, t_k) y dy = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Розгорнутий вигляд системи (6):

$$\begin{cases} -\int_{s1}^{s2} \varepsilon_s \frac{y-s1}{s2-s1} dy - \int_{s2}^{sn} \varepsilon_s dy + \\ + \int_{sn}^B [g \cdot y + d - \varepsilon \theta(y, t_k)] dy = 0, \\ g \cdot sn + d - \varepsilon \theta(sn, t_k) + \varepsilon_s = 0, \\ -\int_{s1}^{s2} \varepsilon_s \frac{y-s1}{s2-s1} \cdot y dy - \int_{s2}^{sn} \varepsilon_s \cdot y dy + \\ + \int_{sn}^B [g \cdot y + d - \varepsilon \theta(y, t_k)] \cdot y dy = 0. \end{cases} \quad (7)$$

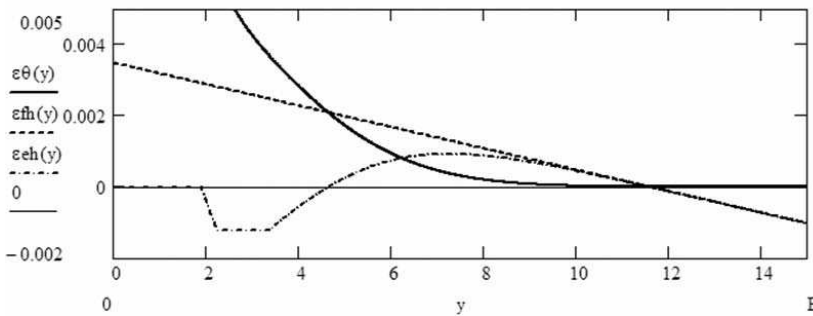


Рис. 2. Деформації штаби на стадії нагрівання: $\varepsilon\theta(y)$ і $\varepsilon eh(y)$ у перерізі $abcde$ (проекція на площину поперечного перерізу), $\varepsilon fh(y)$ – у поперечному перерізі, який збігається з лінією de (рис. 1)

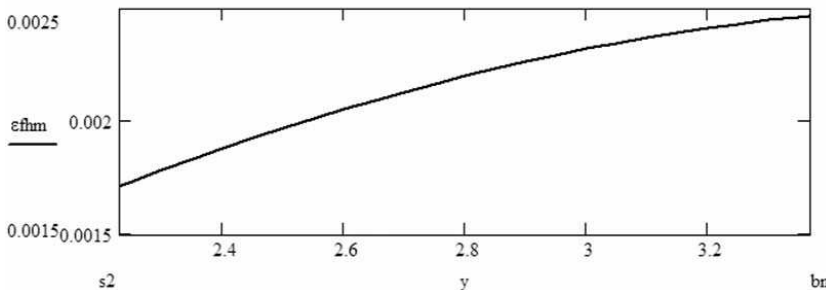


Рис. 3. Розподіл повної деформації у точках кривої Γm на інтервалі $y \in [s2, bn]$

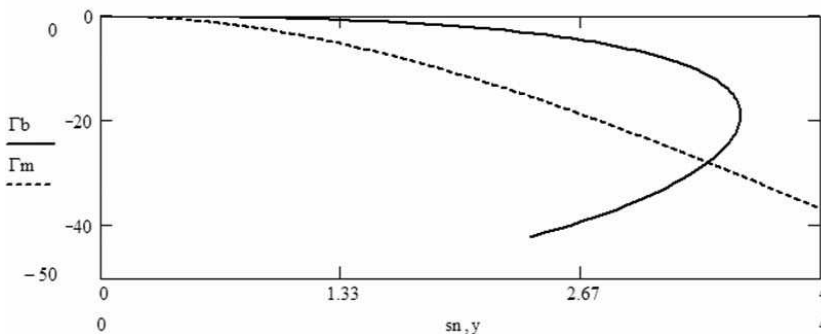


Рис. 4. Взаємне розташування кривих Γm та Γb

$$\varepsilon \theta(y, t_k) = \frac{\alpha \cdot q_n}{\delta \cdot \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c p}}$$

$$\frac{\exp\left(-\frac{y^2}{4 \cdot a \cdot t_k} - b \cdot t_k\right)}{\sqrt{t_k}}$$

$$t_k = \omega^{-1} \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot y_k^2} - a \right).$$

Визначення повної деформації εfhm у розрахункових точках кривої Γm . За визначеними із системи (7) значеннями g_k і d_k створюємо вектори-стовпчики повної деформації εfhm у розрахункових точках кривої Γm , в яких вона перетинається поточними поперечними перерізами, що мають поточні координати Γm_k . Отже, $\varepsilon fhm = g \cdot y + d$, де горизонтальна стрілка означає операцію векторизації матричної алгебри MathCAD. Графік деформації εfhm у точках на кривій Γm в межах інтервалу $y \in [s2, bn]$ по ширині ЗПДС для нашої модельної задачі показаний на рис. 3.

Зображення положення кривих Γm та Γb на площині штаби визначається значеннями по осі X координат

$$\Gamma m_k = \Gamma b_k = -\frac{v}{\omega} \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot y_k^2} - a \right)$$

для точок на кривих Γm та Γb у поточному перерізі $y_k = \text{const}$. Координатами цих же точок по осі Y відповідно є величини y_k (для кривої Γm) та знайдені із системи (7) величини sn_k (для кривої Γb). За проведеними розрахунками взаємне розташування кривих Γm та Γb показано на рис. 4. Точка перетину кривих наближено приймається за границю bn зони пластичних деформацій скорочення і визначається із системи (1).

Визначення максимальних температур Tm_k у розрахункових точках кривої Γt . Використовуючи залежність для максимальних температур у точках кривої Γt у вигляді [10]

$$Tm(y) = \frac{2q_n}{\delta_0 c \rho} \cdot \sqrt{\frac{b}{\pi f(y)}} \cdot \exp\left[-\frac{f(y)}{4a} - \frac{by^2}{f(y)}\right],$$

де

$$f(y) = \sqrt{a^2 + \omega y^2} - a$$

і зазначені вище координати y_k цих точок, запишемо в кінцевому вигляді формулу для максимальних температур Tm_k на кривій Γt з урахуванням можливого її підвищення у точках поблизу правої крайки штаби за рахунок відбиття від нього теплового потоку:

$$Tm_k = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega}}{\delta \cdot \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho}}$$

$$\left[\exp\left[\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot (y_k)^2}{f(y_k)}\right] \cdot [f(y_k)]^{-\frac{1}{2}} + \exp\left[\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot (2 \cdot B - y_k)^2}{f(2 \cdot B - y_k)}\right] \cdot [f(2 \cdot B - y_k)]^{-\frac{1}{2}} \right],$$

де

$$f(y_k) = \sqrt{a^2 + \omega \cdot (y_k)^2} - a,$$

$$f(2 \cdot B - y_k) = \sqrt{a^2 + \omega \cdot (2 \cdot B - y_k)^2} - a.$$

Визначення максимальної пластичної деформації скорочення $\epsilon_{ph}(y)$ у розрахункових точках кривої Γt . Виходячи із загальноприйнятих уявлень про складові повної деформації у точці, запишемо для розрахункових точок кривої Γt на інтервалі $y \in [s2, bn]$ вектористовпчики максимальної пластичної деформації скорочення у вигляді $\epsilon_{ph} = \epsilon_{fht} - \alpha \cdot Tm + \epsilon_s$.

Інтерполяція залежності для ϵ_{ph} :

$$R = \text{augment}(y, \epsilon_{ph}),$$

$$K = \text{cspline}(W^{(0)}, W^{(1)}), y = W^{(0)},$$

$$\text{fit}\epsilon_{ph}(y) = \text{interp}(K, R^{(0)}, R^{(1)}, y).$$

Зіставлення кривих ϵ_{ph} та $\text{fit}\epsilon_{ph}(y)$ показано на рис. 5.

Як бачимо, збіжність кривих повна, коефіцієнт кореляції Пірсона для векторів ϵ_{ph} та $\text{fit}\epsilon_{ph}(y)$ дорівнює одиниці ($\text{corr}[\epsilon_{ph}, \text{fit}\epsilon_{ph}(y)] = 1$).

Розподіл температур Tm_k і деформацій $\epsilon_{ph} = \epsilon_{fht} - \alpha \cdot Tm + \epsilon_s$ у точках кривої Γt показано на рис. 6 та 7.

Залишковий стан. Зазвичай припускаємо, що повні поздовжні залишкові деформації $\epsilon_{fr}(y) = m \cdot y + n$ у будь-якому поперечному перерізі штаби відповідають закону прямої лінії. Розрахунок залишкового напружено-деформованого стану пов'язаний із складанням і розв'язуванням системи рівнянь з метою визначення значень невідомих параметрів m і n повної деформації та параметра sr , який є шириною зони пластичних дефор-

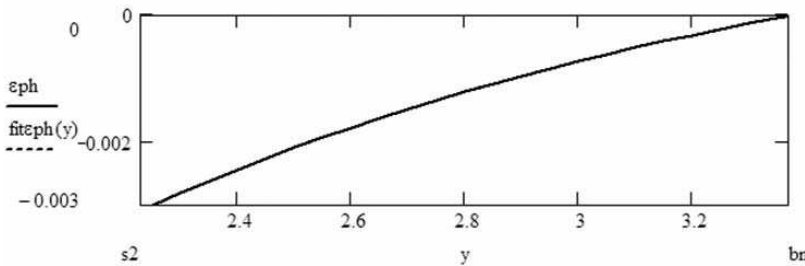


Рис. 5. Зіставлення кривих ϵ_{ph} та $\text{fit}\epsilon_{ph}(y)$ (криві збігаються)

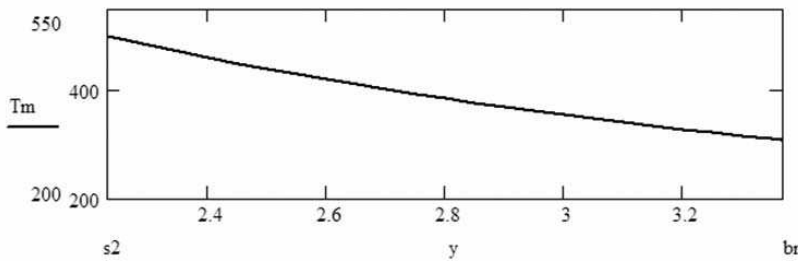


Рис. 6. Розподіл максимальних температур у точках кривої Γt

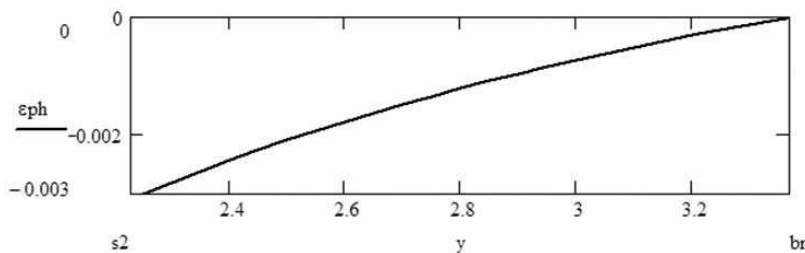


Рис. 7. Розподіл максимальних пластичних деформацій скорочення у точках кривої Γt на інтервалі $y \in [s2, bn]$

мації видовження в околі окрайка на стадії охолодження. Розрахункова система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} \int_0^B \varepsilon_{er}(y) dy = 0, \\ \varepsilon_{er}(sr) - \varepsilon_s = 0, \\ \int_0^B \varepsilon_{er}(y) y dy = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Розгорнутий вигляд системи (8):

$$\begin{cases} \varepsilon_s \cdot sr + \int_{sr}^{bn} [m \cdot y + n - fit \varepsilon_{ph}(y)] dy + \\ + \int_{bn}^B (m \cdot y + n) dy = 0, \\ \varepsilon_s \cdot sr \cdot 0,5 \cdot sr + \\ + \int_{sr}^{bn} [m \cdot y + n - fit \varepsilon_{ph}(y)] \cdot y dy + \\ + \int_{bn}^B (m \cdot y + n) \cdot y dy = 0, \\ m \cdot sr + n - fit \varepsilon_{ph}(sr) - \varepsilon_s = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Залежності для деформацій в залишковому стані. На основі розв'язання системи (9) можна записати залежності для повної $\varepsilon_{fr}(y)$, пружної $\varepsilon_{er}(y)$ і пластичної $\varepsilon_{pr}(y)$ деформацій у точках поперечного перерізу штаби в залишковому стані:

$$\varepsilon_{fr}(y) = m \cdot y + n, \quad (10)$$

$$\varepsilon_{er}(y) = \begin{cases} \varepsilon_s, & 0 \leq y \leq sr \\ m \cdot y + n - fit \varepsilon_{ph}(y), & sr \leq y \leq bn \\ m \cdot y + n, & bn \leq y \leq B \end{cases} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{pr}(y) = \begin{cases} m \cdot y + n - \varepsilon_s, & 0 \leq y \leq sr \\ fit \varepsilon_{ph}(y), & sr \leq y \leq bn \\ 0, & bn \leq y \leq B \end{cases} \quad (12)$$

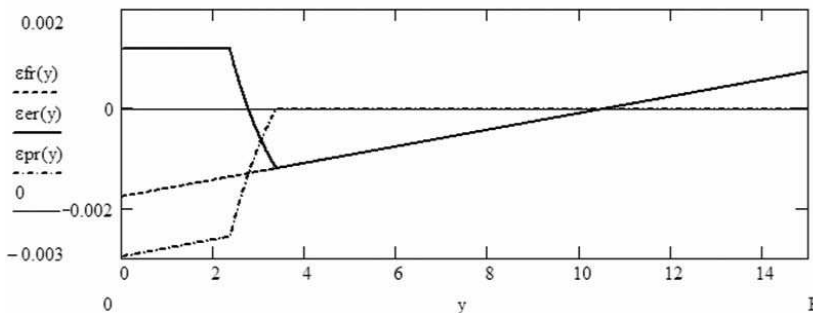


Рис. 8. Розподіл повних $\varepsilon_{fr}(y)$, пружних $\varepsilon_{er}(y)$ і пластичних $\varepsilon_{pr}(y)$ деформацій у поперечному перерізі штаби в залишковому стані

Графіки деформацій $\varepsilon_{fr}(y)$, $\varepsilon_{er}(y)$, $\varepsilon_{pr}(y)$ за залежностями (10)...(12) показані на рис. 8. Для залишкового стану величина усадочної сили P_{yc} , координата yP_{yc} точки прикладення усадочної сили до торців штаби, ексцентриситет eP_{yc} прикладення усадочної сили по відношенню до центра перерізу штаби, згинальний момент MP_{yc} усадочної сили, момент інерції I перерізу штаби, максимальний прогин f штаби на довжині L визначаються залежностями:

$$P_{yc} = \delta \cdot E \int_0^{bn} \varepsilon_{pr}(y) dy, \quad (13)$$

$$yP_{yc} = \left(\int_0^{bn} \varepsilon_{pr}(y) \cdot y dy \right) \cdot \left(\int_0^{bn} \varepsilon_{pr}(y) dy \right)^{-1}, \quad (14)$$

$$eP_{yc} = 0,5 \cdot B - yP_{yc}, \quad (15)$$

$$MP_{yc} = P_{yc} \cdot eP_{yc}, \quad (16)$$

$$I = \frac{\delta \cdot B^3}{12}, \quad (17)$$

$$f = \frac{MP_{yc} \cdot L^2}{8 \cdot E \cdot I}. \quad (18)$$

Для модельної числової задачі маємо: $P_{yc} = 161,3$ кН, $yP_{yc} = 1,38$ см, $eP_{yc} = 6,12$ см, $MP_{yc} = 986,9$ кН·см, $I = 281,25$ см⁴. Прогин f на довжині $L=1000$ см дорівнює 20,888 см. Поздовжнє скорочення штаби по осевій лінії на тій же довжині складає 0,512 см.

Нагрів за схемою РЛД. Залежність для температури при нагріванні за схемою РЛД містить в собі функцію Бесселя K_0 другого роду нульового порядку від уявного аргументу і має вигляд [11]:

$$T(x, y) = \Psi \cdot \exp\left(-\frac{\alpha x}{2a}\right) \cdot K_0\left(\Omega \cdot \sqrt{x^2 + y^2}\right), \quad (19)$$

$$\text{де } \Psi = \frac{q_n v}{\pi \lambda \delta_0}, \quad \Omega = \frac{\sqrt{v^2 + \omega}}{2a}, \quad \omega = 4ab,$$

q_n – погонна енергія зварювання
 v – швидкість зварювання; δ – товщина пластини; λ – коефіцієнт теплопровідності; a – коефіцієнт температуропроводності; b – коефіцієнт температуровіддачі.

Оскільки функція K_0 не задана в аналітичному вигляді, то неможливо здійснити аналітичне інтегрування і отримати в аналітичному вигляді залежності для кривої максимальних температур $T_m(y)$ та її проекції $\Gamma_m(y)$ на площину

з'єднання за відомим алгоритмом, використаємо у випадку застосування схеми ПШЛД. Такі криві необхідні для складання і розв'язування систем рівнянь, що реалізують алгоритм визначення функції усадки. Між тим, вирішити ці питання можна шляхом знаходження засобами MathCAD інтерполяційних залежностей $fit\Gamma m(y)$ для кривої $\Gamma m(y)$ та $fit\Gamma m(y)$ для кривої $\Gamma m(y)$.

Знаходження інтерполяційної залежності $fit\Gamma m(y)$ для кривої $\Gamma m(y)$, яка є проекцією на площину штаби просторової квазістаціонарної кривої максимальних температур $\Gamma m(y)$. У принциповому відношенні алгоритм визначення інтерполяційної залежності $fit\Gamma m(y)$ для кривої $\Gamma m(y)$ розроблений у роботі [10]. В даному випадку використаємо його для розв'язання задачі про нагрівання однієї з поздовжніх крайок штаби з урахуванням відбиття теплового потоку від поздовжньої крайки штаби, протилежної тій, що нагрівається. З цією метою формулу (19), відповідно доповнену для урахування відбиття теплового потоку від крайки штаби, протилежної тій, що нагрівається, перепишемо у матричному вигляді і виконаємо розрахунок температур для масиву точок в деякому околі джерела нагрівання, обравши належним чином границі зміни поточних індексів i, j та шаг зміни координат x_i, y_j точок у визначеній зоні:

$$T_{i,j} = \Psi \cdot \begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{vx_i}{2a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{x_i^2 + y_j^2}\right) + \\ \exp\left(-\frac{vx_i}{2a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{x_i^2 + (2B - y_j)^2}\right) \end{bmatrix}$$

Кожному значенню координати y_j відповідає вектор-стовпчик значень T_i для різних координат x_i вздовж нагрітої частини крайки. За допомогою матричної функції пошуку максимального значення серед елементів вектора-стовпчика знайдемо максимальні температури $Tm_j = \max(T^{(j)})$ по ширині штаби в межах вибраних значень y_j . За допомогою програми

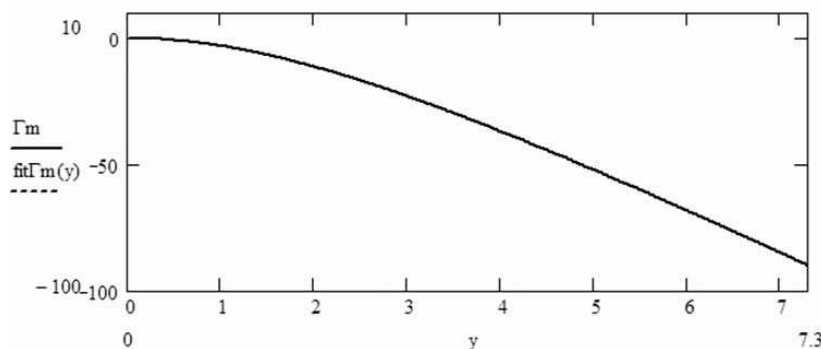


Рис. 9. Криві Γm та $fit\Gamma m(y)$ (криві збігаються)

$$T1_{i,j} = \begin{cases} \Psi \cdot \begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{vx_i}{2a}\right) \cdot K0(u_{i,j}) + \\ + \exp\left(-\frac{vx_i}{2a}\right) \cdot K0(c_{i,j}) \end{bmatrix} \\ \text{if } \Psi \cdot \begin{bmatrix} \exp\left(-\frac{vx_i}{2a}\right) \cdot K0(u_{i,j}) + \\ + \exp\left(-\frac{vx_i}{2a}\right) \cdot K0(c_{i,j}) \end{bmatrix} = Tm_j \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$$

де $u_{i,j} = \Omega \cdot \sqrt{x_i^2 + y_j^2}$, $c_{i,j} = \Omega \cdot \sqrt{x_i^2 + (2B - y_j)^2}$,

виділимо із матриці T іншу матрицю $T1$, у якій всі елементи дорівнюють нулю, за виключенням тих, що мають максимальні температури Tm . Із значень поточного індексу i створимо елементи $H_i = i$ вектора-стовпчика H . За допомогою функції "augment" об'єднання двох матриць в одну створимо із векторів-стовпчиків H та $T1^{(j)}$ нову матрицю $augment(H, T1^{(j)})$, яку за допомогою функції "csort" відсортуємо за елементами першого стовпчика у порядку їхнього зростання зверху вниз

$$csort(augment(H, T1^{(j)}), 1). \tag{20}$$

Оскільки індекс останнього ряду матриці (20) дорівнює значенню $last(H)$ останнього елемента вектора-стовпчика H , то можна знайти значення

$$S_j = \left(csort(augment(H, T1^{(j)}), 1)^{(0)} \right)_{last(H)}$$

останнього елемента нульового стовпчика матриці (20), яке у свою чергу буде дорівнювати значенню поточного індексу i (по-іншому, координати x_S) для кожного індексу j (по-іншому, координати y_j), на перетині яких маємо деяке значення Tm . Елементи $\Gamma m_j = x_{(S_j)}$ вектора-стовпчика Γm є координатами x по довжині з'єднання, для яких маємо $Tm \neq 0$. Далі із векторів-стовпчиків y та Γm створюємо об'єднану матрицю $M = augment(y, \Gamma m)$ відповідних значень координат y та Γm для точок на кривій Γm .

Побудована за таким алгоритмом крива Γm для лінійного джерела нагрівання з погонною енергією $q_n = 1,275 \times 10^4$ Дж/см, що рухається зі швидкістю $v = 0,5$ см/сек вздовж лівої крайки штаби із сталі ВСт.Зсп завдовжки $L = 1000$ см, завширшки $B = 15$ см і завтовшки $\delta = 1$ см, показана на рис. 9.

Інтерполяція кривої $\Gamma m(y)$:

$$K := \text{cspline}(M^{(0)}, M^{(1)}), y := M^{(0)},$$

$$\text{fit}\Gamma m(y) = \text{interp}(K, M^{(0)}, M^{(1)}, y).$$

Зіставлення кривої Γm з інтерполяційною кривою $\text{fit}\Gamma m(y)$ також показано на рис. 9. Як бачимо, криві збігаються, що підтверджується і коефіцієнтом кореляції Пірсона векторів Γm та $\text{fit}\Gamma m(y)$, який дорівнює одиниці ($\text{corr}[\Gamma m, \text{fit}\Gamma m(y)] = 1$).

Знаходження інтерполяційної залежності $\text{fit}\Gamma m(y)$.

Алгоритм знаходження залежності $\text{fit}\Gamma m(y)$ в загальному вигляді також розроблений у роботі [10]. Адаптуємо його до випадку нагрівання крайки штаби. Вектор-стовпчик $Tm_j = \max(T^{(j)})$ визначає розподіл максимальних температур Tm по поперечному перерізу штаби. Крива Tm показана на рис. 10.

Із векторів-стовпчиків y та Tm створюємо матрицю $W := \text{augment}(y, Tm)$.

Інтерполяція кривої Tm : $K := \text{cspline}(W^{(0)}, W^{(1)})$,

$$y := W^{(0)}, \text{fit}\Gamma m(y) := \text{interp}(K, W^{(0)}, W^{(1)}, y).$$

Зіставлення кривої Tm з інтерполяційною кривою $\text{fit}\Gamma m(y)$ також показано на рис. 10. Збіжність кривих повна, коефіцієнт кореляції Пірсона векторів Tm та $\text{fit}\Gamma m(y)$ дорівнює одиниці ($\text{corr}[Tm, \text{fit}\Gamma m(y)] = 1$).

Визначення параметрів bn , gn і dn на стадії нагрівання. З цією метою складаємо і розв'язуємо наступну систему рівнянь, загальний вигляд якої співпадає з системою (1):

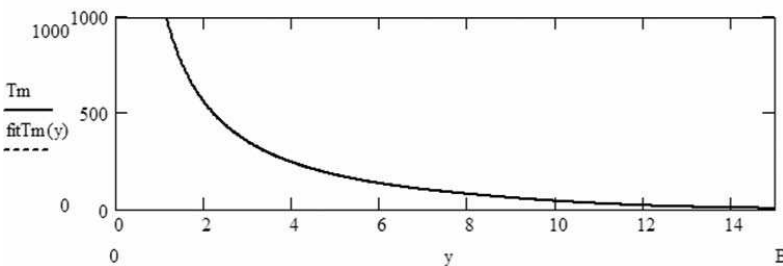


Рис. 10. Розподіл максимальних температур по ширині штаби: суцільна крива Tm — за матричним розрахунками; штрихова крива $\text{fit}\Gamma m(y)$ — інтерполяція кривої Tm (криві збігаються)

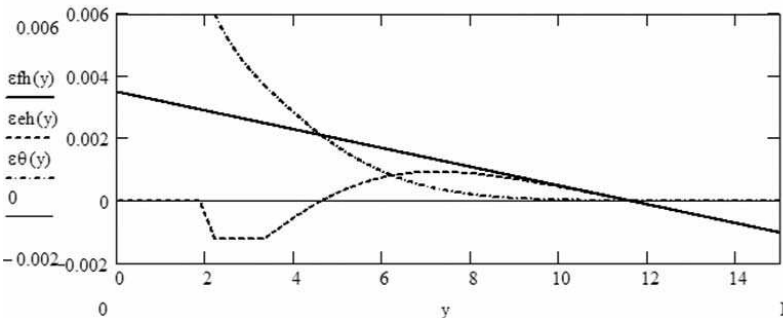


Рис. 11. Поздовжні деформації штаби на стадії нагрівання

$$\begin{cases} \int_0^B \varepsilon e h(x_k, y) dy = 0, \\ \varepsilon e h(x_k, y = sn) + \varepsilon_s = 0, \\ \int_0^B \varepsilon e h(x_k, y) y dy = 0. \end{cases} \quad (21)$$

Розгорнутий вигляд системи (21):

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_s (s2 - s1) - \varepsilon_s (bn - s2) + \\ + \int_{bn}^B \{gn \cdot y + dn - \alpha \cdot \Psi \cdot [F1(y) + F2(y)]\} dy = 0, \\ -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_s (s2 - s1) \cdot \left[s1 + \frac{2}{3} (s2 - s1) \right] - \\ - \varepsilon_s (bn - s2) \cdot \left[s2 + \frac{1}{2} (bn - s2) \right] + \\ + \int_{bn}^B \{gn \cdot y + dn - \alpha \cdot \Psi \cdot [F1(y) + F2(y)]\} \cdot y dy = 0, \\ gn \cdot bn + dn - \alpha \cdot \Psi \cdot [F1(bn) + F2(bn)] + \varepsilon_s = 0. \end{cases} \quad (22)$$

де

$$F1(y) = \exp\left(-\frac{v \cdot \text{fit}\Gamma m(bn)}{2 \cdot a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{[\text{fit}\Gamma m(bn)]^2 + y^2}\right)$$

$$F2(y) = \exp\left(-\frac{v \cdot \text{fit}\Gamma m(bn)}{2 \cdot a}\right) \cdot$$

$$K0\left(\Omega \cdot \sqrt{[\text{fit}\Gamma m(bn)]^2 + (2B - y)^2}\right).$$

Залежності для деформацій на стадії нагрівання. Результати розв'язання системи (22) у вигляді знайдених невідомих bn , gn та dn дають можливість записати математичні залежності для температурної $\varepsilon\theta(y)$ і пружної $\varepsilon e h(y)$ деформації у точках перерізу $abcde$ та повної деформації $\varepsilon f h(y)$ у точках поперечного перерізу по лінії cd :

$$\varepsilon f h(y) = gn \cdot y + dn, \quad (23)$$

$$\varepsilon\theta(y) = \begin{cases} \alpha \cdot 600, & 0 \leq y \leq s1 \\ \alpha \cdot \text{fit}\Gamma m(y), & s1 \leq y \leq bn \\ \alpha \cdot \Psi \cdot (F1 + F2), & bn \leq y \leq B \end{cases} \quad (24)$$

$$\varepsilon e h(y) = \begin{cases} 0, & 0 \leq y \leq s1 \\ -\varepsilon_s \cdot \frac{y - s1}{s2 - s1}, & s1 \leq y \leq s2 \\ -\varepsilon_s, & s2 \leq y \leq bn \\ gn \cdot y + dn - \alpha \cdot \Psi \cdot [F1(y) + F2(y)], & bn \leq y \leq B \end{cases} \quad (25)$$

Графіки деформацій за залежностями (23)...(25) показані на рис. 11.

Визначення координат розрахункових точок на кривій $\Gamma m(y)$. З цією метою знайдемо максимальне значення ξ поточного параметра k для прийнятого закону зміни координат y_k на кривій $\Gamma m(y)$. Відповідні математичні залежності мають вигляд: $\xi = \text{round}(bn, 1) \cdot \Delta s^{-1}$, $\Delta s = 0,1$ см, $k = 0 \dots \xi$, $y_k = s2 + k \cdot \Delta s$. Величина y_k визначає координату $x_k = \text{fit}\Gamma m(y_k) = \text{const}$ по осі X для поточного поперечного перерізу з розташованим в ньому відрізком sn_k , який є аналогом відрізка bn .

Визначення поточних параметрів g_k, d_k і sn_k . Для визначення поточних параметрів sn_k, g_k, d_k складаємо і розв'язуємо таку систему 3-х рівнянь у загальному вигляді, використовуючи поточну координату $x_k = \text{fit}\Gamma m(y_k)$, де $y_k = s2 + k \cdot \Delta s$, $k = 0 \dots \xi$, $\xi = \text{round}(bn, 1) \cdot \Delta s^{-1}$, $\Delta s = 0,1$ см:

$$\begin{cases} \int_0^B \epsilon eh(x_k, y) dy = 0, \\ \epsilon eh(x_k, y = sn) + \epsilon_s = 0, \\ \int_0^B \epsilon eh(x_k, y) y dy = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Розгорнутий вигляд системи (26)

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \epsilon_s (s2 - s1) - \epsilon_s (sn - s2) + \\ + \int_{sn}^B \{g \cdot y + d - \alpha \cdot \Psi \cdot [F1(y) + F2(y)]\} dy = 0, \\ -\frac{1}{2} \epsilon_s (s2 - s1) - \epsilon_s (sn - s2) \cdot \left[s1 + \frac{2}{3} (s2 - s1) \right] - \\ - \epsilon_s (sn - s2) \cdot \left(s2 + \frac{1}{2} (sn - s2) \right) + \\ + \int_{sn}^B \{g \cdot y + d - \alpha \cdot \Psi \cdot [F1(y) + F2(y)]\} \cdot y dy = 0, \\ g \cdot sn + d - \alpha \cdot \Psi \cdot [F1(sn) + F2(sn)] + \epsilon_s = 0. \end{cases} \quad (27)$$

де

$$\begin{aligned} F1(y) &= \exp\left(-\frac{v \cdot x_k}{2 \cdot a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{(x_k)^2 + y^2}\right) \\ F2(y) &= \exp\left(-\frac{v \cdot \text{fit}\Gamma m(x_k)}{2 \cdot a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{(x_k)^2 + (2 \cdot B - y)^2}\right). \end{aligned}$$

Значення поточних координат для кривих Γb та Γm по осі X відповідно $\Gamma b_k = x_k$ та $\Gamma m_k = \text{fit}\Gamma m(y_k)$, по осі Y — sn_k та y_k . Графіки реально розрахованих кривих Γb та Γm показані на рис. 12.

Визначення повної деформації ϵfhm у розрахункових точках кривої Γm . На основі знайдених із системи (3.6) параметрів повної

деформації g_k, d_k , а також прийнятих вище значень $y_k = s2 + k \cdot \Delta s$ створюємо вектори-стовпчики повної деформації $\epsilon fhm = g \cdot y + d$ у розрахункових точках кривої Γm . Графік розподілу повної деформації ϵfhm у розрахункових точках кривої Γm по ширині bn показано на рис. 13.

Визначення максимальних температур Tm_k у розрахункових точках кривої Γm . На основі інтерполяційної залежності $\text{fit}\Gamma m(y)$ створюємо вектори-стовпчики максимальних температур $Tm = \text{fit}\Gamma m(y)$ у розрахункових точках кривої Γm .

Визначення максимальної пластичної деформації скорочення ϵph у розрахункових точках кривої Γm . З відомої залежності для повної деформації у точці тіла створюємо вектори-стовпчики максимальної пластичної деформації скорочення $\epsilon ph = \epsilon fhm - \alpha \cdot Tm + \epsilon_s$ у точках кривої Γm .

Графіки розподілу кривих Tm і ϵph по ширині bn , обчислених за залежностями $Tm = \text{fit}\Gamma m(y)$ та $\epsilon ph = \epsilon fhm - \alpha \cdot Tm + \epsilon_s$, показані на рис. 14, 15.

Інтерполяція залежності $\epsilon ph = \epsilon fhm - \alpha \cdot Tm + \epsilon_s$: $R = \text{augment}(y, \epsilon ph)$, $K := \text{cspline}(W^{(0)}, W^{(1)})$, $y := W^{(0)}$, $\text{fit}\epsilon ph(y) = \text{interp}(K, R^{(0)}, R^{(1)}, y)$.

Зіставлення кривих ϵph та $\text{fit}\epsilon ph(y)$ показано на рис. 16. Видно, що криві ϵph та $\text{fit}\epsilon ph(y)$ повністю збігаються, що також підтверджується значенням коефіцієнта кореляції Пірсона для векторів ϵph та $\text{fit}\epsilon ph(y)$, який дорівнює одиниці ($\text{corr}[\epsilon ph, \text{fit}\epsilon ph(y)] = 1$).

Залишковий стан. Для будь-якого поперечного перерізу середньої частини по довжині штаби відповідно до гіпотези плоских перерізів повна деформація $\epsilon fr(y) = m \cdot y + n$.

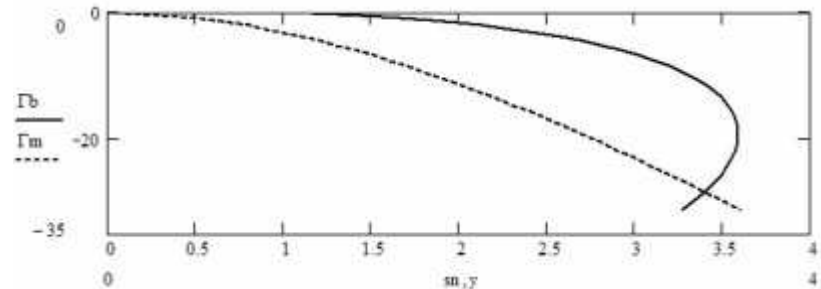


Рис. 12. Взаємне розміщення кривих Γb та Γm

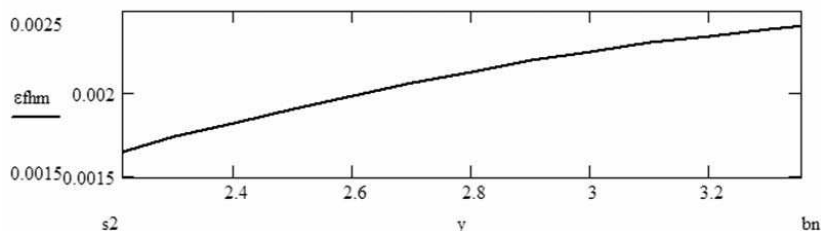
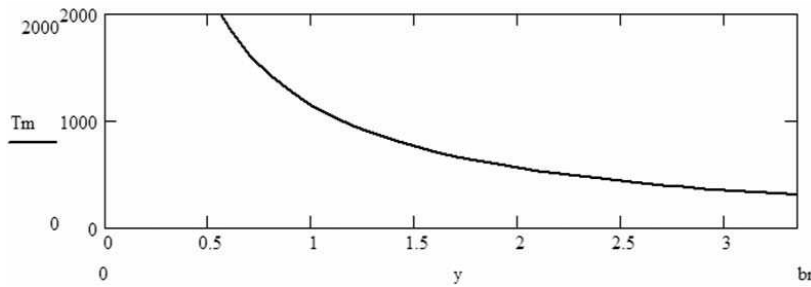
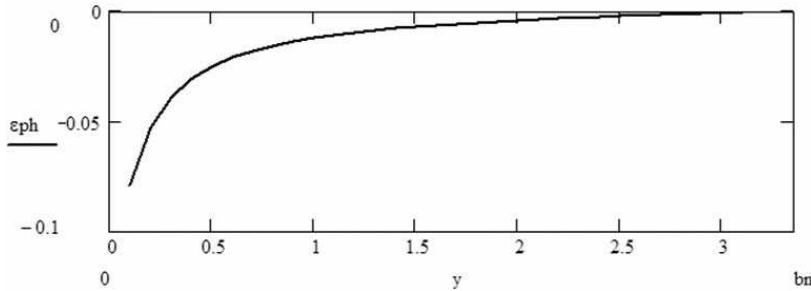
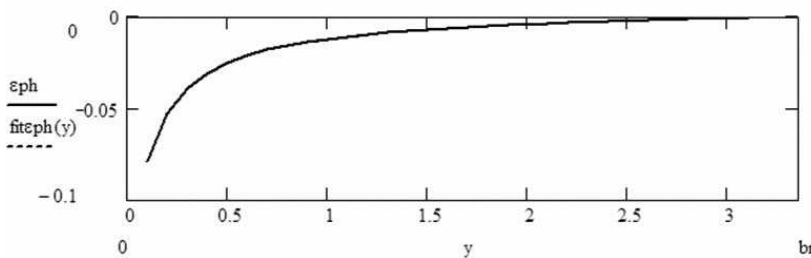
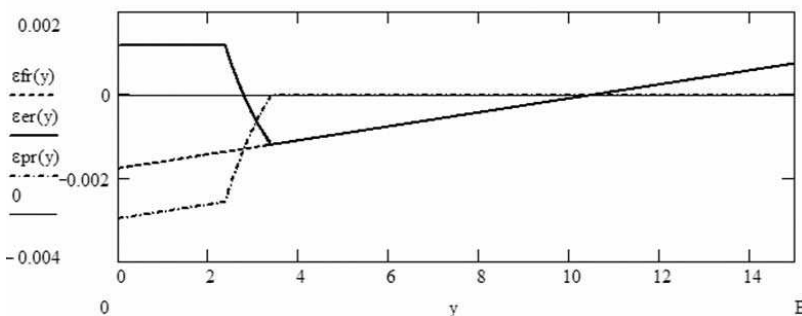


Рис. 13. Розподіл повної деформації ϵfhm у розрахункових точках кривої Γm по ширині bn

Рис. 14. Розподіл максимальних температур T_m на кривій Γ_m Рис. 15. Розподіл максимальних пластичних деформацій скорочення ϵ_{ph} на кривій Γ_m Рис. 16. Зіставлення кривих ϵ_{ph} та $fit\epsilon_{ph}(y)$ (криві збігаються)Рис. 17. Розподіл деформацій $\epsilon_{fr}(y)$, $\epsilon_{er}(y)$ та $\epsilon_{pr}(y)$ по ширині штаби

Загальний вигляд визначальної системи рівнянь:

$$\begin{cases} \int_0^B \epsilon_{er}(y) dy = 0, \\ \epsilon_{er}(y = sr) - \epsilon_s = 0, \\ \int_0^B \epsilon_{er}(y) y dy = 0. \end{cases} \quad (28)$$

Розгорнутий вигляд системи (28):

$$\begin{cases} \epsilon_s sr + \int_{sr}^{bn} [m \cdot y + n - fit\epsilon_{ph}(y)] dy + \\ + \int_{bn}^B [m \cdot y + n] dy = 0, \\ \epsilon_s sr \cdot \frac{1}{2} sr + r \int_s^{bn} [m \cdot y + n - \\ - fit\epsilon_{ph}(y)] \cdot y dy + \\ + \int_{bn}^B [m \cdot y + n] \cdot y dy = 0, \\ m \cdot sr + n - fit\epsilon_{ph}(sr) - \epsilon_s = 0. \end{cases} \quad (29)$$

де sr — ширина зони пластичних деформацій видовження на стадії охолодження.

Результатом розв'язання системи (29) є значення параметрів m і n повної деформації в залишковому стані та параметра sr , який є шириною зони пластичних деформацій видовження в околі поздовжньої крайки на стадії охолодження.

Залежності для деформацій в залишковому стані. На основі розв'язання системи (29) можна записати залежності для повної $\epsilon_{fr}(y)$, пружної $\epsilon_{er}(y)$ і пластичної $\epsilon_{pr}(y)$ деформацій у точках поперечного перерізу штаби в залишковому стані:

$$\epsilon_{fr}(y) = m \cdot y + n, \quad (30)$$

$$\epsilon_{er}(y) = \begin{cases} \epsilon_s, & 0 \leq y \leq sr \\ m \cdot y + n - fit\epsilon_{ph}(y), & sr \leq y \leq bn \\ m \cdot y + n, & bn \leq y \leq B \end{cases}, \quad (31)$$

$$\epsilon_{pr}(y) = \begin{cases} m \cdot y + n - \epsilon_s, & 0 \leq y \leq sr \\ fit\epsilon_{ph}(y), & sr \leq y \leq bn \\ 0, & bn \leq y \leq B \end{cases}. \quad (32)$$

Графіки деформацій $\epsilon_{fr}(y)$, $\epsilon_{er}(y)$, $\epsilon_{pr}(y)$ за залежностями (30)...(32) показані на рис. 17.

Для залишкового стану величина усадочної сили P_{yc} , координата yP_{yc} точки прикладення усадочної сили до торців штаби, ексцентриситет eP_{yc} прикладення усадочної сили по відношенню до центра перерізу штаби, згинальний момент MP_{yc} усадочної сили, момент інерції I перерізу штаби, максимальний прогин f штаби на довжині L визначаються залежностями:

$$P_{yc} = \delta \cdot E \int_0^{bn} \varepsilon pr(y) dy, \quad (33)$$

$$yP_{yc} = \left(\int_0^{bn} \varepsilon pr(y) \cdot y dy \right) \cdot \left(\int_0^{bn} \varepsilon pr(y) dy \right)^{-1}, \quad (34)$$

$$eP_{yc} = 0.5 \cdot B - yP_{yc}, \quad (35)$$

$$MP_{yc} = P_{yc} \cdot eP_{yc}, \quad (36)$$

$$I = \frac{\delta \cdot B^3}{12}, \quad (37)$$

$$f = \frac{MP_{yc} \cdot L^2}{8 \cdot E \cdot I}. \quad (38)$$

Для модельної задачі маємо: $P_{yc} = 162,2$ кН, $yP_{yc} = 1,384$ см, $eP_{yc} = 6,116$ см, $MP_{yc} = 991,8$ кН · см, $I = 281,25$ см⁴. Прогин f на довжині $L = 1000$ см дорівнює 20,991 см. Поздовжнє скорочення штаби по осевій лінії на тій же довжині складає 0,515 см.

Висновок

Для штаби вибраних розмірів і прийнятого режиму нагріву поздовжньої крайки результати розрахунків за схемами джерела тепла ПШЛД і РЛД відрізняються між собою для усадочної сили і поздовжнього скорочення приблизно на 0,6%, а для залишкового прогину приблизно на 0,5%. Для інших розмірів штаби або інших ОЗК та інших режимів зварювання можливі більш значні розбіжності результатів розрахунку, але загалом немає вагомих підстав очікувати суттєво різних результатів. Таким чином, автори схильні до висновку про можливість заміни схеми РЛД на схему ПШЛД при розрахунках залишкових напружено-деформованого стану, прогину та поздовжнього скорочення ОЗК при зварюванні поздовжніх швів.

Література

1. Касаткин Б.С., Прохоренко В.М., Чертов И.М. Напряжения и деформации при сварке. — К.: Вища шк. Головное изд-во, 1987. — 246 с.
2. Николаев Г.А., Куркин С.А., Винокуров В.А. Сварные конструкции. Прочность сварных соединений и деформации конструкций: Учеб. пособие. — М.: Высш. шк., 1982. — 272 с.
3. Николаев Г.А., Винокуров В.А. Сварные конструкции. Расчет и проектирование: Учеб. для вузов / Под ред. Г. А. Николева. — М.: Высш. шк., 1990. — 446 с.
4. Гатовский К.М., Кархин В.А. Теория сварочных деформаций и напряжений. Учеб. пос. Ленингр. кораблестр. ин-т, 1980. — 331 с.
5. Троцун И.П. Внутренние усилия и деформации при сварке. — М.: Машгиз, 1964. — 245 с.
6. Кузьминов С.А. Сварочные деформации судовых корпусных конструкций. — Ленингр. изд-во "Судостроение", 1974. — 286 с.
7. Винокуров В.А. Сварочные деформации и напряжения. — М.: Машиностроение, 1968. — 236 с.
8. Прохоренко В.М., Карпенко А.С., Прохоренко Д.В. Расчет функции усадки при сварке одномерных конструкций. Сообщение 1. Нагрев мощным быстродвижущимся линейным источником. // Технологические системы. — 2005. — № 4(30). — С. 49–55.
9. Прохоренко В.М., Карпенко А.С., Прохоренко Д.В. Расчет функции усадки при сварке одномерных конструкций. Сообщение 2. Нагрев движущимся линейным источником. // Технологические системы. — 2005. — № 5–6(31-32). — С. 46–49.
10. Прохоренко О.В. Розробка та застосування методу складних перерізів для розрахунку залишкових деформацій від зварювання поздовжніх швів одномерних конструкцій: Дис...канд. техн. наук: 05.03.06. — К., 2007. — 247 с.
11. Рыкалин Н.Н. Расчет тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 245 с.