

УДК 621.721.052:539.4.014

Прохоренко В.М., Прохоренко О.В.

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут". Україна, Київ

УСАДОЧНІ СИЛИ ПРИ ПОСЛІДОВНОМУ ЗВАРЮВАННІ В ОСНАСТЦІ ПОЗДОВЖНІХ ШВІВ ОДНОМІРНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Анотація

На основі запропонованої спрощеної математичної моделі розвитку термодформаційних процесів при зварюванні поздовжніх швів в одномірних зварних конструкціях розроблено інженерний метод розрахунку усадочних сил при зварюванні поздовжніх швів у складально-зварювальній оснастці, яка протидіє утворенню прогину конструкції у процесі нагрівання та охолодження при зварюванні, але не заважає їй поздовжньому переміщенню.

Розрахунковий метод дозволяє враховувати зміну величини у бік зменшення усадочних сил від попередньо заварених швів при зварюванні наступних швів. На модельній задачі показано, що така зміна усадочних сил від раніше виконаних швів може бути суттєвою і має враховуватись при розрахунку очікуваного прогину одномірної конструкції у залишковому стані після зварювання всіх швів.

Abstract

In terms of proposing simplified mathematical model of thermo-deformative process development during welding of longitudinal seams in one-dimensional welded designs the engineering method of shrinkage forces analysis at welding longitudinal seams in a mounting jig, which is preventing of flexure designs formation during heating and cooling only not opposed it longitudinal displacements work up.

Calculated method make allowance changing magnitude sideways reducing of shrink-age forces from previously welded seams at welding next seams.

On example of model task indicate that such shrinkage forces changing from previously welded seams perhaps significant and must be taken into account at following analysis of expecting flexure of one-dimensional welded designs in residual state after all seams welding.

Вступ

Одномірні зварні конструкції (ОЗК) є поширеним видом зварних конструкцій різного призначення [1–4]. Як приклад, можна назвати балки мостових кранів, прольотів залізничних і автодорожніх мостів, підземних переходів, хребтові балки вагонів, балки міжповерхових перекриттів будівель, елементи набору в суднобудуванні, стержні зварних колон тощо.

Недоліком ОЗК, особливо невеликої жорсткості проти поздовжнього вигину, є утворення внаслідок зварювання переміщень у вигляді прогину поздовжньої осі конструкції [5–7]. Науково-практична проблема підвищення точності виготовлення ОЗК, як і багатьох інших зварних конструкцій, залишається актуальною до даного часу. Головним напрямком її вирішення є розробка на основі наукових досліджень ефективних конструктивно-технологічних рекомендацій, спрямованих на зменшення залишкових деформацій та переміщень, зумовлених зварюванням. Тому



підвищення точності їх виготовлення є важливим науково-практичним завданням.

У даній роботі розглядаються лише усадочні сили від поздовжніх швів. В залежності від форми поперечного перерізу ОЗК кількість поздовжніх зварних швів може бути різною, здебільшого від одного до чотирьох, а в окремих випадках і більше.

Розрахунок прогину ОЗК спирається на визначення величини сумарної внутрішньої поздовжньої усадочної сили, утвореної всіма завареними швами.

Умовно вважається, що усадочні сили стискають балку з протилежних її торців. Точка прикладення усадочних сил на торцях балки співпадає з центром ваги сумарного відносного об'єму поздовжнього пластичного скорочення від усіх поздовжніх швів. Здебільшого точка прикладення сумарної усадочної сили не співпадає з центром поперечного перерізу ОЗК і тому у певній площині, яка перетинає ОЗК паралельно її осі, утворюється згинальний момент, який і спричиняє появу прогину конструкції.

Величина сумарної усадочної сили пропорційна сумарному відносному залишковому поздовжньому об'єму пластичного скорочення металу в зоні пластичних деформацій скорочення в околі кожного зварного шва [5–7]. Величина згаданого об'єму залежить від розвитку поздовжніх пружно-пластичних деформацій при зварюванні, що визначається геометричними розмірами поперечного перерізу балки, межею текучості металу, режимами та послідовністю зварювання швів.

Існуючі інженерні методи розрахунку залишкового напружено-деформованого стану (НДС) в одномірних задачах при зварюванні [5–7] передбачають розгляд лише найпростішого випадку – зварювання одного шва. При більшій кількості швів зазвичай приймають припущення про одночасність їх заварювання, що деякою мірою може бути виправдане для ОЗК з відносно великими розмірами поперечного перерізу, коли вплив пізніше заварених швів на деформації пластичного видовження в активних зонах раніше заварених швів можна вважати незначним. Застосування складних алгоритмів задач термопластичності [6–8] для більш точного чисельного розрахунку термодеформаційних процесів при зварюванні поздовжніх швів ОЗК не набуло широкого використання в інженерній практиці з причини складності методики підготовки задачі до її розв'язання та відсутності у випускників технічних вузів як необхідної підготовки в цьому напрямку, так і практичних навичок роботи в таких обчислювальних середовищах як ANSYS, SYSWELD тощо.

В той же час значний розвиток останніми роками потужної персональної обчислювальної техніки і досконалих та зручних математичних

обчислювальних середовищ, на зразок середовища MathCAD, дає можливість значно оперативніше і достатньо успішно розв'язувати згадані задачі, якщо алгоритми їх розрахунку створювати на основі дещо спрощеної математичної моделі пружно-пластичного деформування зварних ОЗК при послідовному зварюванні швів, яка пропонується в даній роботі.

Розгляд деяких питань проблеми деформацій та переміщень ОЗК при зварюванні започатковано в роботах [9–13], але отримані там результати не торкаються питань даної статті.

Спрощена математична модель процесу пружно-пластичного деформування при зварюванні поздовжніх швів ОЗК

Процес пружно-пластичного деформування ОЗК при зварюванні поздовжніх швів розглядаємо за таких припущень: зварювання швів здійснюється в умовах закріплення балки в складально-зварювальній оснастці I типу, яка унеможливорює утворення прогину ОЗК і закручування її поперечних перерізів при нагріванні та охолодженні, не обмежуючи в той же час поздовжніх переміщень напружено-деформований стан ОЗК вважається лінійним повні поздовжні деформації поперечних перерізів відповідають гіпотезі плоских перерізів (ГПП) матеріал ОЗК деформується відповідно до моделі пружно-пластичного тіла за умову пластичності приймається умова Мізеса-Генкі зони поздовжніх пластичних деформацій скорочення від окремих швів розташовані в поперечному перерізі ОЗК так, що не перетинаються між собою зварювальна дуга є потужним швидкодіючим лінійним джерелом нагрівання [14] після зварювання, охолодження і звільнення ОЗК з оснастки втрата її стійкості під дією стискальних усадочних сил не відбувається, а прогин утворюється лише за рахунок дії згинального моменту сумарної поздовжньої усадочної сили теплофізичні властивості матеріалу ОЗК не залежать від температури приймається відома [5] схематизована залежність пружної деформації металу ОЗК на рівні межі текучості $\varepsilon_s(T)$ від температури.

Найбільш наближена до реальності математична модель процесу пружно-пластичного деформування ОЗК в цілому в процесі її нагрівання та охолодження при послідовному зварюванні декількох швів, з одного боку, уявляється надто складною, а з іншого – в ній немає нагальної практичної потреби, виходячи з головного завдання розрахунків, пов'язаного з дослідженням усадочних сил від кожного зварного шва в кінцевому залишковому стані після зварювання всіх поздовжніх швів і повного охолодження ОЗК.

При зварюванні поздовжнього шва вздовж ОЗК з швидкістю зварювання рухається

квазістаціонарне температурне поле, утворене потужним швидкодіючим лінійним джерелом нагрівання [14], яке схематизує реальну зварювальну дугу. Розподіл теплового потоку дуги між зварюваними елементами відбувається пропорційно товщині кожного з них у перерізі ОЗК [6, 7].

У кінетиці деформаційно-силових процесів при зварюванні з метою отримання кінцевого результату можна виділити [7] два принципові часові моменти — настання у точках з обох боків шва максимальної температури і настання в конструкції залишкового стану після охолодження, який є однаковим для будь-якого поперечного перерізу майже по всій довжині ОЗК за виключенням відносно коротких кінцевих зон поблизу торців ОЗК, якими можна знехтувати [5].

У зварному з'єднанні у вигляді нескінченної площини зі швом кожна точка його поперечного перерізу без урахування поверхневої тепловіддачі в залежності від її відстані x до осі шва нагрівається в процесі зварювання до максимальної температури [14]

$$T_m(x) = A q_n |x|^{-1}, \quad (1)$$

де $A = 0,484/(\delta_0 c\rho)$ — коефіцієнт пропорційності, Дж/(м²·°С) $q_n = q/v$ — погонна енергія зварювання, Дж/м; $q = IU\eta$ — ефективна теплова потужність зварювальної дуги, Дж/с; v — швидкість зварювання, м/с; I — зварювальний струм, А; U — напруження на дузі, В; η — к. к. д. зварювальної дуги; $\delta_0 = \sum \delta_i$ — сумарна товщина елементів, що зварюються даним швом, м; $c\rho$ — об'ємна теплоємність металу, Дж/(м³·°С); x — відстань від точки до осі шва, м.

Максимальні температури точок деякого поперечного перерізу ОЗК настають у різні моменти часу і тому крива $T_m(x)$ в дійсності є просторовою кривою $T_m(x, y)$, кожна точка якої проектується на поверхню зварюваних елементів у точку з координатами x і y в рухомій системі координат XOY з центром у точці горіння зварювальної дуги. Проекція кривої $T_m(x, y)$ на поверхню зварюваних елементів визначає положення криволінійного поперечного перерізу, в точках якого максимальні температури, а значить і максимальні поздовжні деформації скорочення, настають одночасно. У точках навколо шва в межах зони деякої ширини виконується умова пластичності Мізеса — Генкі і в них на момент настання $T_m(x, y)$ утворюється максимальна пластична деформація скорочення. Знехтувавши тепловіддачею ми спростили залежність для $T_m(x, y)$ до вигляду функції $T_m(x)$ від однієї координати x . Фактично отримали проекцію просторової кривої $T_m(x, y)$ на профільну площину, перпендикулярну до осі ОЗК. Сумістимо

профільну площину з кривою $T_m(x)$ з поперечним перерізом ОЗК по максимальній ширині ізотерми 600°С і в подальшому на стадії нагрівання будемо розглядати повну деформацію та всі її складові (температурну, пружну і пластичну деформації) у даному перерізі, який позначимо $m - m$.

Спрощена математична модель принципово уявляється як система рівнянь рівноваги силових факторів і граничних умов для пружної деформації у перерізі $m - m$ на стадії нагрівання і у довільному поперечному перерізі ОЗК в залишковому стані при послідовному зварюванні кожного з поздовжніх швів.

Кількість рівнянь в системі залежить від кількості зварних швів та кількості параметрів, які необхідно визначати, і може бути досить великою.

У будь-який момент на стадії нагрівання, а також і в залишковому стані у всіх розрахункових поперечних перерізах має виконуватись умова рівноваги внутрішніх поздовжніх сил. Отже, при кількості швів N кількість лише одних рівнянь рівноваги в системі буде $2N$. Крім рівнянь рівноваги в системі мають бути рівняння, які визначають граничні значення пружної деформації скорочення для точок на межі зони пластичних деформацій скорочення з обох боків кожного шва, яка утворюється на стадії нагрівання, а також для точок на межі зони пластичних деформацій видовження на стадії охолодження кожного шва. Це ще додає до системи $2N$ рівнянь.

Крім згаданої кількості рівнянь, в системі має бути присутня певна кількість рівнянь, пов'язаних з граничними значеннями пружної деформації видовження в попередньо заварених швах при зварюванні послідовних швів на межі нової, більш широкої, зони пластичних деформацій видовження навколо раніше заварених швів, яка в загальному випадку буде мати різну ширину з обох боків шва.

Як показують наші дослідження, суттєвою особливістю при виготовленні ОЗК з кількома поздовжніми швами при застосуванні згаданої вище складально-зварювальної оснастки І типу в кінцевому залишковому стані після зварювання всіх швів окремі усадочні сили в активних зонах швів (АЗШ) не є однаковими, що пов'язано з особливостями процесу пружно-пластичного деформування в АЗШ кожного шва при послідовному зварюванні швів за умов виконання ГПП.

Внаслідок цього лінія дії сумарної усадочної сили зміщується з поздовжньої осі ОЗК, сумарна позацентрова усадочна стискальна сила утворюється навіть при симетрично розташованих швах. Її згинальний момент призводить до утворення прогину ОЗК, який в залежності від довжини ОЗК, форми і розмірів її поперечного перерізу та погонної енергії зварювання швів може досягати значної величини.



Для зменшення залишкового прогину ОЗК зазвичай застосовують термічну правку лінійним нагрівом визначеного місця у поперечному перерізі ОЗК вздовж всієї її довжини. Така технологія пов'язана з додатковими витратами енергоносіїв, збільшенням трудомісткості виготовлення конструкції, значними технологічними незручностями тощо.

З нашого погляду, в переважній більшості подібних випадків можливою є оптимізація конструктивно-технологічних параметрів виготовлення ОЗК за критерієм нульового значення залишкового прогину. Окремі результати наших досліджень з цього питання опубліковані в роботі [8].

В даній статті на прикладі виготовлення балки коробчастого перерізу, складеного з трьох конструктивних елементів у вигляді двох нерівнобоких кутників і пластини (рис. 1.), розглядається питання про зміну величини усадочних сил при послідовному зварюванні поздовжніх швів в нежорстких ОЗК за умов відповідності їх повної поздовжньої деформації ГПП на стадіях нагрівання і охолодження при зварюванні.

Припустимо, хоч це і не є обов'язковим, що всі конструктивні елементи в поперечному перерізі балки мають однакову товщину δ . Балки подібного перерізу широко застосовуються у рамних конструкціях сільськогосподарської землекоробної

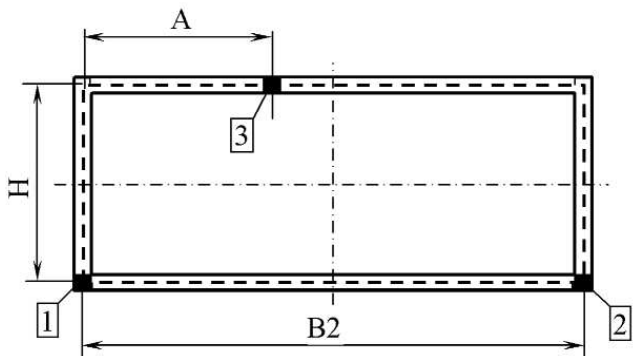


Рис. 1. Поперечний переріз балки з позначенням розташування зварних швів 1, 2, 3 і середньою лінією контуру перерізу балки

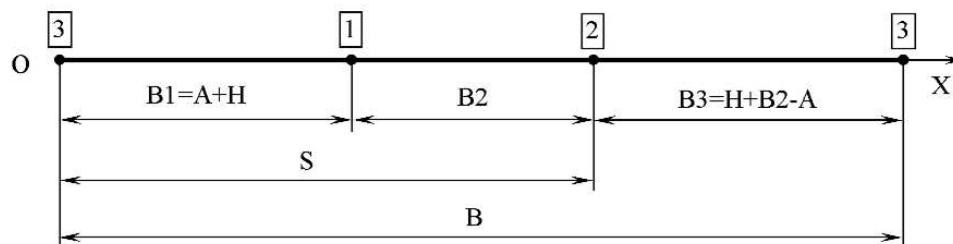


Рис. 2. Розгортка вздовж осі OX полотнища балки по середній лінії контуру поперечного перерізу після її розрізування по осі шва 3 (поздовжні шви позначені точками, послідовність їх зварювання – цифрами 1, 2, 3)

техніки. Зварні шви зварюються на визначеному оптимальному одному режимі у послідовності 1, 2, 3.

З метою деякого спрощення подальшого розгляду застосуємо наступний методичний прийом. Розріжемо балку вздовж осі шва 3 і розгорнемо її у полотнище в напрямку осі X , як це схематично показано на рис. 2.

Для розрахунку після зварювання всіх швів залишкових значень усадочних сил в активних зонах кожного шва (зони поздовжніх пластичних деформацій скорочення на стадії нагрівання) необхідно послідовно розглядати НДС балки в її розрахункових перерізах на стадіях нагрівання і після охолодження з урахуванням НДС від раніше зварених швів.

При зварюванні швом 1 елементів $B1$ і $B2$ разом для стадії нагрівання і залишкового стану, за умови прийнятого припущення про виконання ГПП для повних поздовжніх деформацій балки, можна записати в загальному вигляді таку систему із 4-х рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^S \epsilon e h_1(x) dx &= 0, \\ \int_0^S \epsilon e r_1(x) dx &= 0, \\ \epsilon e h_1(x = B1 - bn_1) &= -\epsilon_s, \\ \epsilon e r_1(x = B1 - b_1) &= \epsilon_s. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де $\epsilon e h_1(x)$ – пружна деформація на стадії нагрівання у перерізі балки $m - m$ при зварюванні шва 1; $\epsilon e r_1(x)$ – пружна деформація в залишковому стані після зварювання шва 1 у довільному поперечному перерізі балки; $2 \cdot bn_1$ – ширина зони залишкових пластичних деформацій скорочення в околі шва 1 (ширина зони АЗШ 1); $2 \cdot b_1$ – ширина зони пластичних деформацій видовження в околі шва 1 в межах АЗШ 1 (по-іншому – ширина зони залишкових пружних деформацій видовження на рівні межі текучості в межах АЗШ 1) в залишковому стані; ϵ_s – пружна деформація на рівні межі текучості.

Результатом розв'язання системи (1) є параметри $\epsilon e h_1(x)$, $\epsilon e r_1(x)$, bn_1 , b_1 . Крім цих параметрів на їх основі додатково визначаються ще чотири параметри, які використовуються для більш повного аналізу НДС на стадії нагрівання і в залишковому стані, а саме: $\epsilon p h_1(x)$ – пластична деформація на стадії нагрівання у перерізі

балки $m - m$ при зварюванні шва 1; $\epsilon_{pr1}(x)$ – пластична деформація в залишковому стані у довільному поперечному перерізі балки після зварювання шва 1; $\epsilon_{fh1}(x)$ – повна деформація на стадії нагрівання при зварюванні шва 1 у поперечному перерізі балки $m - m$; $\epsilon_{fr1}(x)$ – повна деформація у довільному поперечному перерізі балки в залишковому стані після зварювання шва 1.

Максимальна залишкова пружна деформація в АЗШ 1 знаходиться на рівні межі текучості. Тому при зварюванні шва 2 за умов виконання ГПП будемо мати в АЗШ 1 на стадії нагрівання в деякій більш вузькій зоні нерівномірно розподілене по ширині цієї зони пластичне видовження. Межі цієї зони необхідно визначити в процесі розв'язання системи рівнянь (2), складеної для визначення невідомих НДС при зварюванні і охолодженні шва 2.

Принципово система (2) містить в собі рівняння, подібні до рівнянь системи (1) з додаванням до них ще двох рівнянь для визначення ліворуч і праворуч від осі шва 1 ширини зони пластичного видовження в АЗШ 1 на стадії нагрівання при зварюванні шва 2.

Система (2) має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^B \epsilon_{eh2}(x) dx &= 0, \\ \int_0^B \epsilon_{er2}(x) dx &= 0, \\ \epsilon_{eh2}(x = S - b2L) &= \epsilon_s, \\ \epsilon_{eh2}(x = S + b2R) &= \epsilon_s, \\ \epsilon_{eh2}(x = S - bn2) &= -\epsilon_s, \\ \epsilon_{er2}(x = S - t) &= \epsilon_s. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В системі (2) прийняті такі позначення: $\epsilon_{eh2}(x)$ – пружна деформація на стадії нагрівання у перерізі балки $m - m$ при зварюванні шва 2; $\epsilon_{er2}(x)$ – пружна деформація в залишковому стані у довільному поперечному перерізі балки після зварювання шва 2; $2bn2$ – ширина зони залишкових пластичних деформацій скорочення шва 2 (ширина зони АЗШ 2); $2t$ – ширина зони пластичних деформацій видовження на стадії охолодження в межах АЗШ 2; $b2L$ – ширина зони пластичних деформацій видовження в АЗШ 1 ліворуч від осі шва 1 на стадії нагрівання при зварюванні шва 2; $b2R$ – ширина зони пластичних деформацій видовження в АЗШ 1 праворуч від осі шва 1 на стадії нагрівання при зварюванні шва 2.

Розв'язання системи (2) визначає параметри $\epsilon_{eh2}(x)$, $\epsilon_{er2}(x)$, $bn2$, t , $b2L$, $b2R$, на основі яких додатково визначаються ще чотири параметри, необхідні для повного аналізу НДС на стадії нагрівання і в залишковому стані. Такими параметрами є: $\epsilon_{ph2}(x)$ – пластична деформація на

стадії нагрівання у перерізі балки $m - m$ при зварюванні шва 2; $\epsilon_{pr2}(x)$ – пластична деформація в залишковому стані у довільному поперечному перерізі балки після зварювання шва 2; ϵ_{fh2} – повна деформація на стадії нагрівання при зварюванні шва 2 у поперечному перерізі балки $m - m$; $\epsilon_{fr2}(x)$ – повна деформація у довільному поперечному перерізі балки в залишковому стані після зварювання шва 2.

Для балки у вигляді розгорнутого полотнища (рис. 2) зварювання шва 3 треба розуміти як одночасне нагрівання на режимі з погонною енергією $q_n/2$ лівої і правої поздовжніх крайок полотнища. При цьому, з огляду на ГПП, впевнено можна стверджувати, що в АЗШ 2 на стадії нагрівання має місце деформація пластичного видовження, оскільки після зварювання шва 2 максимальні залишкові пружні деформації видовження там знаходяться на рівні межі текучості. Стосовно аналогічних деформацій видовження в АЗШ 1 орієнтовно також можна стверджувати, що вони там не відбуваються, але це необхідно перевірити після розв'язання задачі і при потребі здійснити відповідну корекцію в системі рівнянь (3), складеної для процесу нагрівання і охолодження при зварюванні шва 3.

Система рівнянь (3) за своєю структурою є аналогічною системі (2) і має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^B \epsilon_{eh3}(x) dx &= 0, \\ \int_0^B \epsilon_{er3}(x) dx &= 0, \\ \epsilon_{eh3}(x = S - vL) &= \epsilon_s, \\ \epsilon_{eh3}(x = S + vR) &= \epsilon_s, \\ \epsilon_{eh3}(x = bn3) &= -\epsilon_s, \\ \epsilon_{er3}(x = u) &= \epsilon_s. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В системі (3) прийняті позначення: $\epsilon_{eh3}(x)$ – пружна деформація на стадії нагрівання у перерізі балки $m - m$ при зварюванні шва 3; $\epsilon_{er3}(x)$ – пружна деформація в залишковому стані у довільному поперечному перерізі балки після зварювання шва 3; $2bn3$ – ширина зони залишкових пластичних деформацій скорочення в околі шва 3 (ширина зони АЗШ 3); $2u$ – ширина зони пластичних деформацій видовження на стадії охолодження в межах АЗШ 3; vL – ширина зони пластичних деформацій видовження в АЗШ 2 ліворуч від осі шва 2 на стадії нагрівання при зварюванні шва 3; vR – ширина зони пластичних деформацій видовження в АЗШ 2 праворуч від осі шва 2 на стадії нагрівання при зварюванні шва 3.

Результатом розв'язання системи (3) є параметри $\epsilon_{eh3}(x)$, $\epsilon_{er3}(x)$, $bn3$, u , vL , vR . Крім цих параметрів на їх основі додатково визначаються



ще чотири параметри, які є необхідними для більш повного аналізу НДС на стадії нагрівання і в залишковому стані: $\epsilon_{ph3}(x)$ – пластична деформація на стадії нагрівання у перерізі балки $m - m$ при зварюванні шва 3; $\epsilon_{pr3}(x)$ – пластична деформація в залишковому стані у довільному поперечному перерізі балки після зварювання шва 3; ϵ_{fh3} – повна деформація на стадії нагрівання при зварюванні шва 3 у поперечному перерізі балки $m - m$; ϵ_{pr3} – повна деформація у довільному поперечному перерізі балки в залишковому стані після зварювання шва 3.

Вказані вище три системи рівнянь (1)...(3) можуть розв'язуватись у послідовному порядку окремо кожна або їх можна об'єднати в одну систему із загальною кількістю 16 рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^S \epsilon_{eh1}(x) dx = 0, & \quad \int_0^S \epsilon_{er1}(x) dx = 0, \\ \epsilon_{eh1}(x = B1 - bn1) = -\epsilon_S, & \quad \epsilon_{er1}(x = B1 - b1) = \epsilon_S, \\ \int_0^B \epsilon_{eh2}(x) dx = 0, & \quad \int_0^B \epsilon_{er2}(x) dx = 0, \\ \epsilon_{eh2}(x = B1 - b2L) = \epsilon_S, & \quad \epsilon_{eh2}(x = B1 + b2R) = \epsilon_S, \\ \epsilon_{eh2}(x = S - bn2) = -\epsilon_S, & \quad \epsilon_{er2}(x = S - t) = \epsilon_S, \\ \int_0^B \epsilon_{eh3}(x) dx = 0, & \quad \int_0^B \epsilon_{er3}(x) dx = 0, \\ \epsilon_{eh3}(x = S - vL) = \epsilon_S, & \quad \epsilon_{eh3}(x = S + vR) = \epsilon_S, \\ \epsilon_{eh3}(x = bn3) = -\epsilon_S, & \quad \epsilon_{er3}(x = u) = \epsilon_S. \end{aligned} \right\} (4)$$

Алгебраїзація системи рівнянь (4)

Рівняння рівноваги пружних деформацій у розрахунковому поперечному перерізі балки $m - m$ на стадії нагрівання при зварюванні шва 1:

$$\begin{aligned} & \int_0^{B1-bn1} (\epsilon_{fh1} - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1}) dx - \\ & - 2\epsilon_S (bn1 - a2) - \epsilon_S (a2 - a1) + \\ & + \int_{B1+bn1}^S (\epsilon_{fh1} - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1}) dx = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

де α – коефіцієнт температурного розширення, $1/^\circ\text{C}$, $a1 = \Lambda q_n \cdot 600^{-1}$, $a2 = \Lambda q_n \cdot 500^{-1}$.

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі $x = (B1 - bn1)$ ліворуч шва 1 або $x = (B1 + bn1)$ праворуч шва 1 зони пластичних деформацій скорочення на стадії нагрівання при зварюванні шва 1:

$$\epsilon_{fh1} - \alpha \Lambda q_n bn1^{-1} + \epsilon_S = 0. \quad (6)$$

Рівняння рівноваги пружних деформацій у будь-якому поперечному перерізі центральної частини балки по її довжині в залишковому стані після зварювання шва 1:

$$\begin{aligned} & \epsilon_{fr1}(S - 2bn1) + \epsilon_S 2b1 + \\ & + \int_{B1-bn1}^{B1-b1} \left\{ \epsilon_{fr1} - \right. \\ & \left. - (\epsilon_{fh1} - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \epsilon_S) \right\} dx + \\ & + \int_{B1+b1}^{B1+bn1} \left\{ \epsilon_{fr1} - \right. \\ & \left. - (\epsilon_{fh1} - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \epsilon_S) \right\} dx = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі $x = B1 - b1$ ліворуч шва 1 або $x = B1 + b1$ праворуч шва 1 зони пластичних деформацій видовження в межах ширини $2 \cdot bn1$ зони пластичних деформацій скорочення в залишковому стані в околі шва 1 після його зварювання:

$$\epsilon_{fr1} - \epsilon_{fh1} + \alpha \Lambda q_n b1^{-1} - 2\epsilon_S = 0. \quad (8)$$

Рівняння рівноваги пружних деформацій у розрахунковому поперечному перерізі балки $m - m$ на стадії нагрівання при зварюванні шва 2 з урахуванням напружено-деформованого стану після зварювання шва 1:

$$\begin{aligned} & \int_0^{B1-bn1} [\epsilon_{fh2} - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1}] dx + \\ & + \int_{B1-bn1}^{B1-b2L} \left\{ \epsilon_{fh2} - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} - \right. \\ & \left. - (\epsilon_{fh1} - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \epsilon_S) \right\} dx + \\ & + \epsilon_S (b2L + b2R) + \\ & + \int_{B1+b2R}^{B1+bn1} \left\{ \epsilon_{fh2} - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} - \right. \\ & \left. - (\epsilon_{fh1} - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \epsilon_S) \right\} dx + \\ & + \int_{B1+bn1}^{S-bn2} (\epsilon_{fh2} - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1}) dx - \\ & - 2\epsilon_S (bn2 - a2) - \epsilon_S (a2 - a1) + \\ & + \int_{S+bn2}^B (\epsilon_{fh2} - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1}) dx. \end{aligned} \quad (9)$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі $x = S - bn2$ ліворуч або $x = S + bn2$ праворуч шва 2 зони пластичних деформацій скорочення на стадії нагрівання при зварюванні шва 2:

$$\epsilon_{fh2} - \alpha \Lambda q_n bn2^{-1} + \epsilon_S = 0. \quad (10)$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі $x = B1 - b2L$ зони пластичних деформацій видовження ліворуч від осі шва 1 в межах ширини $2 \cdot bn1$ на стадії нагрівання при зварюванні шва 2:

$$\begin{aligned} & \epsilon_{fh2} - \alpha \Lambda q_n |B1 - b2L - S|^{-1} - \\ & - (\epsilon_{fh1} - \alpha \Lambda q_n b2L^{-1} + \epsilon_S) - \epsilon_S = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі $x = B1 + b2R$ зони пластичних деформацій видовження праворуч від осі шва 1 в межах ширини $2 \cdot bn1$ на стадії нагрівання при зварюванні шва 2:

$$\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |B1 + b2R - S|^{-1} - (\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n b2R^{-1} + \varepsilon_s) - \varepsilon_s = 0. \quad (12)$$

Рівняння рівноваги пружних деформацій у будь-якому поперечному перерізі центральної частини балки по її довжині в залишковому стані після зварювання шва 2 з урахуванням залишкової пластичної деформації скорочення в АЗШ 1 (активній зоні шва 1 — зоні залишкових пластичних деформацій скорочення в околі шва 1):

$$\begin{aligned} & \varepsilon fr2(B - 2bn1 - 2bn2) + \\ & + \int_{B1-bn1}^{B1-b2L} \{\varepsilon fr2 - [\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n (x - B1)^{-1} + \varepsilon_s]\} dx + \\ & + \int_{B1-b2L}^{B1+b2R} \{\varepsilon fr2 - [\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n (x - S)^{-1} - \varepsilon_s]\} dx + \\ & + \int_{B1+b2R}^{B1+bn1} \{\varepsilon fr2 - [\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n (x - B1)^{-1} + \varepsilon_s]\} dx + \\ & + 2t\varepsilon_s + \int_{S-bn2}^{S-t} \{\varepsilon fr2 - [\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n (x - S)^{-1} + \varepsilon_s]\} dx + \\ & + \int_{S+t}^{S+bn2} \{\varepsilon fr2 - [\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n (x - S)^{-1} + \varepsilon_s]\} dx = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі $x = S - t$ або $x = S + t$ зони пластичних деформацій видовження в межах зони пластичних деформацій скорочення в залишковому стані після зварювання шва 2:

$$\varepsilon fr2 - [\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n t^{-1} + \varepsilon_s] - \varepsilon_s = 0. \quad (14)$$

З послідуною перевіркою приймаємо припущення про те, що на стадії нагрівання при зварюванні шва 3 пластична деформація видовження в межах АЗШ 1 не відбувається. Тоді рівняння рівноваги пружних деформацій у розрахунковому перерізі балки $m - m$ на стадії нагрівання при зварюванні шва 3 з урахуванням напружено-деформованого стану після зварювання швів 1 і 2 можна записати у вигляді:

$$-\varepsilon_s (a22 - a21) - 2\varepsilon_s (bn3 - a22) + \int_{bn3}^{B1-bn1} \{\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1})\} dx +$$

$$\begin{aligned} & + \int_{B1-bn1}^{B1-b2L} \left\{ \varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) - \right. \\ & \left. - (\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \varepsilon_s) \right\} dx + \\ & + \int_{B1-b2L}^{B1+b2R} \left\{ \varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) - \right. \\ & \left. - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} - \varepsilon_s) \right\} dx + \\ & + \int_{B1+b2R}^{B1+bn1} \left\{ \varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) - \right. \\ & \left. - (\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \varepsilon_s) \right\} dx + \\ & + \int_{B1+bn1}^{S-bn2} \{\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1})\} dx + \\ & + \varepsilon_s (vL + vR) + \\ & + \int_{S-bn2}^{S-vL} \left\{ \varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) - \right. \\ & \left. - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} + \varepsilon_s) \right\} dx + \\ & + \int_{S+vR}^{S+bn2} \left\{ \varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) - \right. \\ & \left. - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} + \varepsilon_s) \right\} dx + \\ & + \int_{S+bn2}^{B-bn3} \{\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1})\} dx = \end{aligned} \quad (15)$$

В системі (15) відстані від осі шва 3 до точок з температурою 600°C і 500°C позначені відповідно $a12$ і $a22$, які визначаються залежностями

$$a12 = \frac{B}{2} - \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - \frac{\Lambda q_n B}{600}},$$

$$a22 = \frac{B}{2} - \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - \frac{\Lambda q_n B}{500}}.$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі зони пластичних деформацій скорочення в околі шва 3 на стадії нагрівання при зварюванні шва 3:

$$\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n [bn3^{-1} + (B - bn3)^{-1}] + \varepsilon_s = 0. \quad (16)$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі зони пластичних деформацій видовження ліворуч від осі шва 2 в межах зони пластичних деформацій скорочення шва 2 на стадії нагрівання при зварюванні шва 3:

$$\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n [(S - vL)^{-1} + (B - S + vL)^{-1}] - [\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n (S - vL)^{-1} + \varepsilon_s] - \varepsilon_s = 0. \quad (17)$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі зони пластичних деформацій видовження праворуч від осі шва 2 в межах зони пластичних деформацій скорочення шва 2 на стадії нагрівання при зварюванні шва 3:



$$\begin{aligned} \varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n [(S+vR)^{-1} + (B-S-vR)^{-1}] - \\ - [\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n [(S+vR)^{-1} + \varepsilon_s] - \varepsilon_s = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Рівняння рівноваги пружних деформацій у будь-якому поперечному перерізі центральної частини балки по її довжині в залишковому стані після зварювання шва 3 з урахуванням залишкової пластичної деформації скорочення в АЗШ 1 і АЗШ 2 :

$$\begin{aligned} \varepsilon fr3(B-2bn1-2bn2-2bn3) + \\ + \int_{B1-bn1}^{B1-b2L} \{\varepsilon fr3 - (\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \varepsilon_s)\} dx + \\ + \int_{B1-b2L}^{B1+b2R} \{\varepsilon fr3 - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} - \varepsilon_s)\} dx + \\ + \int_{B1-b2L}^{B1+bn1} \{\varepsilon fr3 - (\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \varepsilon_s)\} dx + \\ + \int_{B1+b2R}^{S-vL} \{\varepsilon fr3 - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} - \varepsilon_s)\} dx + \\ + \int_{S-bn2}^{S-vL} \{\varepsilon fr3 - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} - \varepsilon_s)\} dx + \\ + \int_{S-vL}^{S+vR} \{\varepsilon fr3 - [\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) - \varepsilon_s]\} dx + \\ + \int_{S+vR}^{S+bn2} \{\varepsilon fr3 - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} + \varepsilon_s)\} dx + \\ + \int_{S+bn2}^{S+vR} \{\varepsilon fr3 - [\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) + \varepsilon_s]\} dx + \\ + \int_{B-u}^{bn3} \{\varepsilon fr3 - [\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) + \varepsilon_s]\} dx + \\ + \int_u^{bn3} \{\varepsilon fr3 - [\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) + \varepsilon_s]\} dx + \\ + 2u\varepsilon_s = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Рівняння граничної умови для пружної деформації на межі зони пластичних деформацій видовження в межах зони пластичних деформацій скорочення в залишковому стані після зварювання шва 3:

$$\varepsilon fr3 - \{\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|u|^{-1} + |u - B|^{-1}) + \varepsilon_s\} - \varepsilon_s = 0. \quad (20)$$

Розв'язок системи рівнянь (4) у матричній формі знаходимо у математичному пакеті MathCAD за допомогою символної директиви "Given" з використанням функції "Find":

$$z = \text{Find} \begin{pmatrix} \varepsilon fh1 & \varepsilon fh2 & \varepsilon fh3 & b2L \\ \varepsilon fr1 & \varepsilon fr2 & \varepsilon fr3 & b2R \\ bn1 & bn2 & bn3 & vL \\ b1 & t & u & vR \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Після розв'язання системи (4) усадочні сили P_{yc1} , P_{yc2} , P_{yc3} , відповідно в швах 1, 2, 3 будуть визначатись залежностями:

$$\begin{aligned} P_{yc1} = \delta E \left\{ \int_{B1-bn1}^{B1-b2L} (\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \varepsilon_s) dx + \right. \\ + \int_{B1-b2L}^{B1+b2R} (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} - \varepsilon_s) dx + \\ \left. + \int_{B1+b2R}^{B1+bn1} (\varepsilon fh1 - \alpha \Lambda q_n |x - B1|^{-1} + \varepsilon_s) dx \right\}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} P_{yc2} = \delta E \left\{ \int_{S-bn2}^{S-vL} \left\{ \varepsilon fr3 - \right. \right. \\ \left. \left. - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} + \varepsilon_s) \right\} dx + \right. \\ + \int_{S-vL}^{S+vR} \left\{ \varepsilon fr3 - \right. \\ \left. - [\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (x^{-1} + |x - B|^{-1}) - \varepsilon_s] \right\} dx + \\ \left. + \int_{S+vR}^{S+bn2} \left\{ \varepsilon fr3 - (\varepsilon fh2 - \alpha \Lambda q_n |x - S|^{-1} + \varepsilon_s) \right\} dx \right\}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} P_{yc3} = \delta E \left\{ \int_{B-bn3}^{B-u} \left\{ \varepsilon fr3 - \right. \right. \\ \left. \left. - [\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) + \varepsilon_s] \right\} dx + \right. \\ + \int_u^{bn3} \left\{ \varepsilon fr3 - \right. \\ \left. - [\varepsilon fh3 - \alpha \Lambda q_n (|x|^{-1} + |x - B|^{-1}) + \varepsilon_s] \right\} dx + \\ \left. + 2u\varepsilon_s \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Реалізація алгоритму розрахунку

Реалізацію розробленої математичної моделі і алгоритму розрахунку покажемо на прикладі балки з розглянутим вище перерізом за таких даних: $\varepsilon_s = 12 \cdot 10^{-4}$, $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ 1/°C, $c\rho = 5,2$ Дж/(см³·°C), $I = 400$ А, $U = 30$ В, $\eta = 0,55$, $v = 0,25$ см/с, $A = 7,5$ см, $H = 5$ см, $B1 = 12,5$ см, $B2 = 15$ см, $S = 27,5$ см, $B = 40$ см, $\delta = 0,5$ см, $\delta_0 = 1$ см.

Конкретний приклад числових даних результату розв'язання системи рівнянь (4) має вигляд:

$$z = \begin{pmatrix} 1.166 \times 10^{-3} & 7.231 \times 10^{-4} & 8.008 \times 10^{-4} & 2.071 \\ -2.305 \times 10^{-4} & -2.268 \times 10^{-4} & -4.916 \times 10^{-4} & 1.996 \\ 2.832 & 3.485 & 3.690 & 2.202 \\ 1.765 & 2.001 & 1.906 & 2.099 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Після отримання розв'язку системи (4) необхідно весь інтервал зміни координат завареної частини перерізу балки на стадіях нагрівання і охолодження при послідовному виконанні зварних швів поділити на окремі інтервали, в межах

яких той чи інший вид деформації визначається однією і тією ж залежністю, і записати ці залежності для температурних, пружних і пластичних деформацій. При цьому треба виходити з того, що на стадії нагрівання повна деформація ϵ_{fh} визначається сумою температурної $\alpha T_m(x)$, пружної $\epsilon_{eh}(x)$ і пластичної $\epsilon_{ph}(x)$ деформацій

$$\epsilon_{fh} = \alpha T_m(x) + \epsilon_{eh}(x) + \epsilon_{ph}(x), \quad (26)$$

а в залишковому стані повна деформація ϵ_{fr} визначається лише сумою залишкових пружної $\epsilon_{er}(x)$ і пластичної $\epsilon_{pr}(x)$ деформацій

$$\epsilon_{fr} = \epsilon_{er}(x) + \epsilon_{pr}(x), \quad (27)$$

Для повної характеристики напружено-деформованого стану на кожний шов припадає по п'ять залежностей для деформацій, вказаних у правій частині виразів (26) і (27). Отже для всієї балки при кількості зварних швів N таких залежностей має бути $5N$, а в даному випадку балки з трьома швами їх буде 15. З огляду на громіздкий запис таких залежностей, в даній статті вони не приводяться.

Вибірково покажемо лише для залишкового стану після зварювання всіх швів графіки пружних $\epsilon_{er3}(x)$ і пластичних $\epsilon_{pr3}(x)$ деформацій у поперечному перерізі балки, розгорнутої у полотнище після розрізування балки вздовж осі шва 3 (рис. 3, 4).

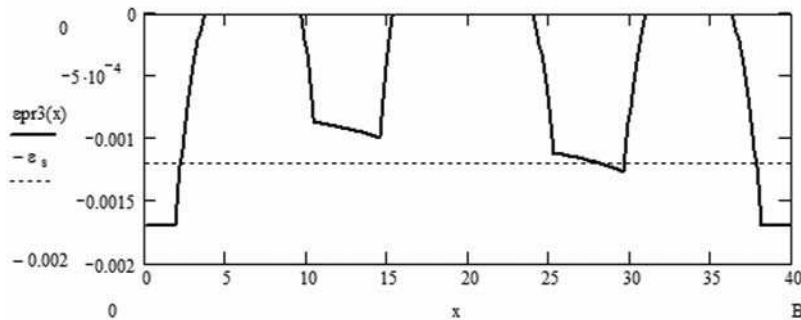


Рис. 3. Залишкова пластична деформація в перерізі балки після зварювання всіх швів

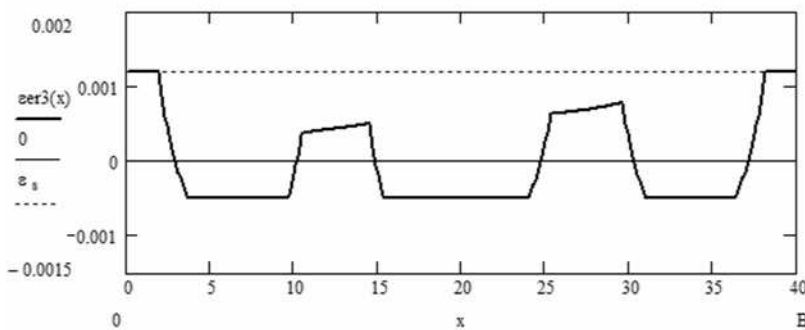


Рис. 4. Залишкова пружна деформація в перерізі балки після зварювання всіх швів

Зрівноваженість пружної деформації у перерізі балки оцінювали параметром

$$\chi = \left(1 - \frac{\left| \int_0^B \epsilon_{er3}(x) dx \right|}{\int_0^B |\epsilon_{er3}(x)| dx} \right) \cdot 100. \quad (28)$$

Обчислене значення $\chi = 99,983\%$, що свідчить про високу ступінь точності розрахунків у рамках прийнятої математичної моделі.

Як видно з рис. 3, площі епюр залишкових пластичних деформацій скорочення в межах ширини зони пластичних деформацій кожного шва різні за величиною.

Величина усадочних сил, зумовлених відносним об'ємом залишкової пластичної деформації скорочення в активній зоні кожного шва обчислюється на основі узагальненої формули

$$P_{yc} = \delta E \int_{-bn}^{+bn} \epsilon_{pr}(x) dx.$$

Проведений аналіз свідчить, що усадочні сили в АЗШ 1 і 2 в залишковому стані після зварювання відповідно швів 1 і 2 зменшуються внаслідок пластичної деформації видовження в цих зонах на стадії нагрівання при зварюванні наступних швів. В нашому випадку балки з трьома швами за розрахунками відсоток зменшення усадочної сили від першого шва при зварюванні шва 2 коливається орієнтовно в межах 26...36%, а усадочної сили від другого шва при зварюванні шва 3 в межах 3...22% в залежності від координати A (рис. 1) розташування шва 3, як показано на рис. 5.

Висновки

1. Розроблена спрощена математична модель і алгоритм інженерного розрахунку напружено-деформованого стану та усадочних сил при послідовному зварюванні поздовжніх швів нежорстких зварних балок, які деформуються на стадії нагрівання і охолодження в поздовжньому напрямку відповідно до гіпотези плоских перерізів в умовах відсутності прогину при зварюванні в оснастці з одним ступенем свободи.

2. На основі числового експерименту за розробленим алгоритмом для нежорстких балок,

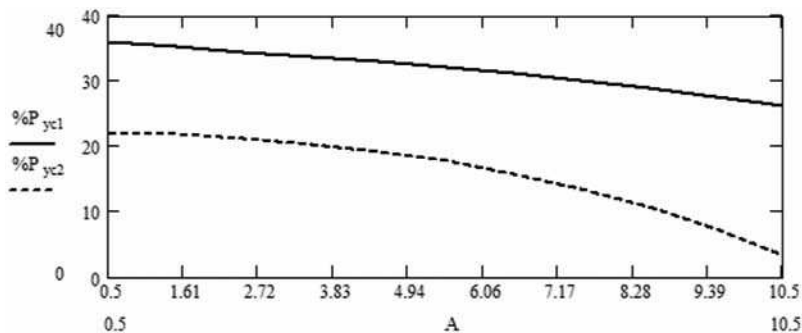


Рис. 5. Відсоток зменшення усадочних сил в АЗШ 1 і АЗШ 2 при зварюванні послідовних швів у залежності від координати осі шва 3 (розмір А, см)

які зварюються в оснастці з одним ступенем свободи для поздовжнього переміщення при нагріванні і охолодженні відповідно до гіпотези плоских перерізів, вперше встановлено явище суттєвого зменшення усадочних сил в активних зонах раніше заварених поздовжніх швів за рахунок пластичного видовження в цих зонах при зварюванні послідовних швів.

3. Явище зменшення усадочних сил в активних зонах раніше заварених поздовжніх швів балок при зварюванні послідовних швів має свої наслідки при розрахунку прогину або параметрів термічної правки зварних балок будь-якого перерізу з точки зору його симетрії, в тому числі і балок з двома осями симетрії в перерізі та симетричним розташуванням швів. Це пов'язано зі зміщенням точки прикладення сумарної усадочної сили з центра перерізу балки.

Література

1. Горев В.В. Металлические конструкции. Т. 2. Конструкции зданий. Учебник для студентов вузов. — М.: Высшая школа, 2004. — 528 с.
2. Сварные строительные конструкции. Основы проектирования конструкций: Справочник / Под ред. чл.- корр. НАН Украины Л.М. Лобанова, Т. 1. — К.: Наукова думка, 1993. — 416 с.
3. Сварные строительные конструкции. Типы конструкций: Справочник / Под ред. чл.-корр. НАН Украины Л.М. Лобанова, Т. 2. — К.: ИЭС им. Е.О. Патона, 1997. — 680 с.

4. Муханов К.К. Металлические конструкции. — М.: Стройиздат, 1978. — 576 с.

5. Касаткин Б.С., Прохоренко В.М., Чертов И.М. Напряжения и деформации при сварке. — К.: Вища шк., 1987. — 246 с.

6. Винокуров В.А., Григорьяни А.Г. Теория сварочных деформаций и напряжений. — М.: Машиностроение, 1984. — 280 с.

7. Гатовский К.М., Кархин В.А. Теория сварочных деформаций и напряжений. Учеб. пос. Ленингр. кораблестр. ин-т, 1980. — 331 с.

8. Махненко В.И. Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций. — Киев: Наук. думка, 1976. — 320 с.

9. Прохоренко О.В. Метод розрахунку погонного об'єму поздовжнього пластичного скорочення при термічній правці прогину зварних балок. // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, 2003. — № 11(69). — С. 222–232.

10. Прохоренко В.М., Карпенко А.С., Прохоренко О.В. Термічна правка поздовжнього прогину зварних балок локальним лінійним нагрівом. // Наукові вісті НТУУ "КПІ", 2003. — № 3. — С. 107–110.

11. Прохоренко О.В. Оптимізація погонної енергії зварювання поздовжніх швів одномірних зварних конструкцій за критерієм відсутності деформації залишкового прогину. // Технологические системы, 2006. — № 1(33). — С. 62–71.

12. Прохоренко О.В. Розрахунок технологічних параметрів теплової правки залишкового прогину одномірних зварних конструкцій. Повідомлення 1. Конструкції першого типу. // Технологические системы, 2006. — № 2(34). — С. 55–59.

13. Прохоренко О.В. Розрахунок технологічних параметрів теплової правки залишкового прогину одномірних зварних конструкцій. Повідомлення 2. Конструкції другого типу. // Технологические системы, 2006. — № 3(35). — С. 26–30.

14. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 296 с.