

УДК 669.621

# Шамарин Ю.Е<sup>1</sup>, Штанько М.Г.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Государственный научно-исследовательский институт гидроприборов. Украина, Киев. <sup>2</sup> ООО "Новокаховский электромашиностроительный завод". Украина, Новая Каховка

# МЕТОД РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ДЕТАЛЕЙ РАДИОГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ БУЕВ В ПРОЦЕССЕ СБРОСА С НОСИТЕЛЯ И ЭКСПЛУАТАЦИИ

#### Анотація

У статті описаний наближений метод розрахунку напруженого стану в сферичних оболонках при їх ударі об воду. Визначено вид термічної обробки і вид покриття для захисту сталевих деталей виробів морського приладобудування проти водневої крихкості.

#### Abstract

An approximate method of calculation of the intense condition in the ball-shaped wraps during their kick into the water is described. The kind of the thermal treatment and the kind of the covering for maritime instrument construction steel details protection against hydrogen brittleness is determined.

Конструктивно изделия морского приборостроения (радиогидроакустические буи) состоят из большого количества стальных деталей. В процессе их изготовления, а также при длительном хранении и в период эксплуатации готовых приборов происходит наводороживание конструкционных материалов [1]. По этой причине ухудшаются механические характеристики стальных деталей, что ведет к отказам изделий.



**Рис. 1.** Удар упругой оболочки о поверхность жидкости

Для повышения надежности изделий возникает необходимость в оценке их прочности, а также определения оптимального вида гальванического покрытия и того вида термической обработки, при которых будет достигнута наибольшая защита конструкционных материалов от агрессивного влияния водорода.

Радиогидроакустические буи основные нагрузки получают в момент их приводнения. Несущими элементами этих изделий являются сферические оболочки. Поэтому необходимо выполнить расчет напряженного состояния в оболочках при их ударе о воду.

Исследованию упругого поведения сферической оболочки при соударении её с жидкостью посвящена работа [2].

Рассмотрим тело сферической формы определенного веса, корпус которого выполнен в виде тонкостенной оболочки. Пусть упругая оболочка ударяется о поверхность жидкости с заданной скоростью (рис. 1).

Будем изучать начальную фазу взаимодействия тела с жидкостью. Это такая фаза, при которой тело незначительно погружается в жидкость; другими словами смоченная поверхность тела отсекает сегмент весьма малой пологости. Это допущение позволяет свести расчет на прочность всего тела к исследованию напряженно-деформированного состояния пологой оболочки.

Рассмотрим пологую оболочку в виде сегмента, полученную из замкнутой оболочки путем сечения по плоскости AB (рис. 2). Выбираем систему координат и её начало так, как показано на рис. 2. Обозначим через h — толщину стенки оболочки; через U, W — перемещения соответственно в направлении г и отрицательном направлении оси OZ.

Запишем выражение для давления, оказываемого нагрузкой [3], при этом эффект кривизны оболочек учитывается величиной R (радиусом оболочки):

$$P(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \rho_{\rm f} C_{\rm f} V_{\rm o} H\left(t - \frac{x^2}{2RV_{\rm o}}\right), \qquad (1)$$

где P(x, t) — давление;  $\rho_f$  — плотность невозмущенной жидкости;  $C_f$  — скорость распространения

© Шамарин Ю.Е, © Штанько М.Г.





**Рис. 1.** Удар упругой оболочки о поверхность жидкости

звука в невозмущенной жидкости;  $V_{\rm o}$  — скорость удара тела; x = R — координата, определяющая длину дуги поверхности оболочки, отсчитываемой от начальной точки удара; H — функция Хевисайда

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{для } \mathbf{x} > 0 \\ 1 & \text{для } \mathbf{x} < 0 \end{cases}$$

Определив таким образом величину внешней нагрузки, запишем основные дифференциальные уравнения движения оболочки:

$$D\left(r\frac{\partial^{2}\beta}{\partial r^{2}} + \frac{\partial\beta}{\partial r} - \frac{\beta}{r}\right) + \psi \frac{r}{h} =$$

$$= \int_{0}^{r} \left[\rho h \ddot{\omega} - P(\xi)(t)\right] \xi d\xi$$
(2)

где P(r, t) — нормальное давление со стороны жидкости на поверхность оболочки;  $\beta = -\frac{\partial \omega}{\partial r}$  угол поворота;  $\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}$  — ускорение в направлении нормали к оболочке;  $\psi$  — функция напряжений;  $\rho$  — плотность материала оболочки;  $D = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)}$ , v — коэффициент Пуассона.

При формулировке этих уравнений предполагается, что смещения и деформации оболочки при ударе являются малыми величинами соответственно с толщиной оболочки и единицей.

К этим уравнениям необходимо приписать граничные условия. Граничные условия необходимо сформулировать в точках А, В (рис. 2).

Считаем, что дуга AB является почти отрезком прямой. Мысленно продолжим этот отрезок в обе стороны в бесконечность и допустим существование аналитического продолжения функции P(r, t) в обе стороны таким образом, что давление от точек A, B начинает сильно уменьшаться по заданному закону. такое допущение оправдано тем обстоятельством, что мы будем определять давление в окрестности полюса O<sub>2</sub>. Отсюда, граничные условия уравнений (2), (3) должны выражать факт затухания искомых функций при  $r \rightarrow \infty$ .

Для решения уравнений движения оболочки применяются интегральные преобразования: Ханкеля в пространстве и Лапласа во времени. После обратных преобразований находится прогиб и соответствующие ему моменты, рассчитываются характеристики напряженно-деформированного состояния в полюсе сферической оболочки.

Выше было введено предположение, что динамические процессы будут изучаться только в начальной фазе. Отсюда следует, что искомые функции  $\beta$ ,  $\psi$  должны быть определены на конечном интервале времени. Всё это привело бы к большим математическим трудностям при решении задачи. Поэтому также предположим, что вне выше упомянутого отрезка решение по временной координате сильно убывает по заданному наперед закону, т.е. допустим аналитическую продолжимость искомых решений вне указанного интервала по определенному закону.

В уравнение (2) входит неизвестная функция P(r, t) — давление, аналитический вид которой должен быть задан. Рассуждения, которые приведут к установлению этой формулы будут следующими.

Считаем, что с термодинамической точки зрения процесс соударения происходит без притока энергии. В результате удара тела о свободную поверхность жидкости в ней появляются ударные волны, причем интенсивность последних будет существенно зависеть как от скорости удара, так и от формы ударяемого тела. Если до начала процесса соударения жидкость можно считать несжимаемой, то в результате удара следует учитывать её сжимаемость. Тогда при выше сказанных предположениях жидкость можно считать баротропной. Отсюда можно сразу написать в общем виде уравнение состояния:

$$P = \Phi(\rho) \tag{4}$$

Функциональный вид уравнения (4) может быть различный.

Если давление на поверхность жидкости такое, что плотность в каждой точке жидкости меняется незначительно, то Уравнение (4) можно представить в виде

$$P = A\rho \tag{5}$$

В этом случае будет иметь место распространение ударных волн слабой интенсивности, т.е. будет иметь место акустическое приближение при рассмотрении волновых процессов в жидкости.



Тогда для определения поля давлений и скоростей в жидкости, вызванных действием импульсного давление на свободной поверхности, необходимо решить уравнение Гельмгольца

$$\frac{1}{C_{\rm f}^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t} = \Delta^2 \varphi, \quad \left[ C_{\rm f} = \left( \frac{dP_{\rm o}}{d\rho_{\rm o}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \tag{6}$$

относительно функции потенциала скоростей ф.

Если потенциал скоростей найден, то давление в любой точке жидкости определяется по следующей формуле:

$$P = -\rho_{\rm f} \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$
 (7)

Для нахождения потенциала скоростей  $\varphi$  к уравнению (6) следует приписать граничные условия. Для этого рассмотрим следующую приближенную схему. Мысленно заменим дугу контура подводной части сферической оболочки ломаной линией и будем условно интерпретировать действие каждого прямолинейного участочка на жидкость как действие поршня на столбик жидкости. Другими словами, представим процесс распространения акустических возмущений с криволинейным фронтом как распространение наложенных друг на друга семейства волн расширения—сжатия с плоскими фронтами.

Давление внутри столбика жидкости (сзади волнового фронта), вызванное мгновенным действием жесткого поршня, можно определить на основании решения уравнения (6) для одномерного случая. Формула для давления имеет вид:

$$P = \rho_{\rm f} C_{\rm f} V. \tag{8}$$

Применим эту формулу к нашему случаю. Если оболочка является жесткой и  $\Phi$  — угол, указанный на рис. 2, тогда легко установить формулу, выражающую проекцию давления в каждой точке на направление  $O_1O_2$ 

$$P = \rho_{\rm f} C_{\rm f} V \cos \Phi. \tag{9}$$

Так как скорость распространения возмущений в жидкости значительно больше скорости удара, то скорость распространения площадки, где приложено давление, будет значительно меньше. Чтобы отразить в формуле (9) факт распространения давления на новую площадку, необходимо ввести функцию Хевисайда. Параметр этой функции определим из соотношения  $V \cdot \tau = d$ , где d параметр пологости оболочки;  $d = R(1 - \cos \Phi)$ . Получим

$$P = \rho_{\rm f} C_{\rm f} V \cos \Phi H(t-\tau). \tag{10}$$

где

68

$$H(t-\tau) = \begin{cases} 1, & t > \tau \\ 0, & t \le \tau \end{cases}$$

Если имеет место упругая податливость оболочки, то давление в любой точке можно представить в виде:

$$P(\Phi, t) = \rho_{\rm f} C_{\rm f} \left\{ V H \left[ t - \frac{R}{V(1 - \cos \Phi)} - \dot{\omega} \right] \quad (11)$$

Поскольку дуга  $AO_2B$  весьма пологая, тогда выражение (11) можно упростить и представить так:

$$P(r, t) = P_{o} \left\{ H \left[ t - \frac{r^{2}}{2R_{L}V_{l}} \right] - \delta \frac{\dot{\omega}}{V} \right\}, \quad (12)$$

где  $P_o = \rho_f C_f V$ ,  $\delta$  — коэффициент, учитывающий упругую податливость оболочки (при  $\delta$  = 0 взаимодействие между жидкостью и оболочкой отсутствует).

Подставляя (12) в уравнение (2), получим замкнутую систему уравнений для определения искомых функций β, ψ.

Если известны  $\beta, \ \psi, \ то$  из закона Гука определим  $M_{\theta}$  и  $M_r$ :

$$\frac{\beta}{r} = \frac{12}{Eh^3} \left( M_{\theta} - VM_{r} \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \beta = \frac{12}{Eh^3} \left( M_{r} - VM_{\theta} \right)$$
(13)

Тангенциальные усилия  $N_r$  и  $N_{\theta}$  определяются согласно функции напряжений по формулам:

$$N_{\rm r} = \frac{\Psi}{r}, \ N_{\theta} = \frac{\partial \Psi}{\partial r}$$
 (14)

Суммарные напряжения в кольцевом и радиальном направлении можно определить по формулам:

$$\sigma_{\rm o} = \frac{N_{\rm \theta}}{h} + \left(\frac{2\xi}{h}\right) \frac{6}{h^2} M_{\rm \theta},$$
  

$$\sigma_{\rm r} = \frac{N_{\rm r}}{h} + \left(\frac{2\xi}{h}\right) \frac{6}{h^2} M_{\rm r},$$
(15)

где ξ — величина, измеряемая по нормали к срединной поверхности.

Введем безразмерные параметры и обозначения:

$$x = \frac{r}{2R}, \ \tau = \frac{IV}{2R}, \ \omega = \frac{2\omega}{2R},$$

$$C^{2} = \frac{E}{\rho}, \ \Phi = \frac{48\left(1 - v^{2}\right)}{Eh^{2}} \left(\frac{R}{h}\right) \psi, \qquad (16)$$

$$K^{4} = 48\left(1 - v^{2}\right) \left(\frac{R}{h}\right)^{2}$$

Тогда уравнения (2), (3) с учетом (12), (16) можно представить в виде:



$$x\frac{\partial^{2}\beta}{\partial x^{2}} + \frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\beta}{x} + x\Phi = K^{4}\left(\frac{V}{C}\right)^{2}\int_{0}^{x} (\omega'' - (17)) \left[H\left[\tau - b\xi^{2}\right] - \delta\omega'\right]\xi d\xi,$$

$$x\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial\Phi}{\partial x} - \frac{\Phi}{x} - 4K^4x\beta = 0,$$
 (18)

где

$$\eta = \left(\frac{\rho_{\rm f}}{\rho}\right) \left(\frac{C_{\rm f}}{\rm V}\right) \left(\frac{R}{h}\right)$$

Для решения уравнений (17), (18) применим интегральные преобразования Лапласа и Ханкеля. Условимся в обозначениях:

- преобразование Лапласа по временной координате будем обозначать так:

$$\Phi(x, S) = \int_{0}^{\infty} e^{-S\xi} \Phi(x, S) d\xi$$
(19)

- изображение функции Ф согласно преобразования Ханкеля будем обозначать так:

$$\Phi_{n}(\alpha, \tau) = \int_{0}^{\infty} \xi I(\alpha, \xi) \Phi(\xi, \tau) d\xi \qquad (20)$$

Применяя эти преобразования к уравнениям (17), (18) получаем:

$$\begin{bmatrix} K^{4} \left(\frac{V}{C}\right)^{2} \left(\frac{S}{\alpha}\right)^{2} + \alpha^{2} + 2\delta K^{4} \left(\frac{V}{C}\right)^{2} \eta \frac{S}{\alpha^{2}} \end{bmatrix} \times \\ \times \overline{\beta}_{1} - \overline{\Phi}_{1} = \frac{\eta K^{4} \left(V/C\right)^{2}}{b\alpha S^{2}} e^{-\alpha^{2}/4bS}, \qquad (21)$$

$$4K^{4}\overline{\beta}_{1} + \alpha^{2}\overline{\Phi}_{1} = 0 \qquad (22)$$

При выполнении интегральных преобразований были использованы предположения об аналитической продолжимости искомых величин.

Решение алгебраической системы уравнений (21), (22) имеет вид:

$$\bar{\beta}_{1}(\alpha, S) = \frac{\eta K^{4}(V/C)^{2} \alpha e^{-\alpha^{2}/4bS}}{b S^{2} \left[ K^{4}(V/C)^{2} S^{2} + \alpha^{4} + 4K^{4} + 2\delta \eta K^{4}(V/C)^{2} S \right]}$$
(23)

 $\overline{\Phi}_{1} = -\frac{4K^{2}}{\alpha^{2}}\overline{\beta}_{1}(\alpha, S)$ (24)

Положим

 $\overline{\beta}_1 = \alpha \overline{\omega}_o,$ 

тогда, выполнив обратное преобразование Ханкеля, из выражения (23) имеем:

$$\overline{\omega}(x, S) = \frac{2r}{S} \int_{0}^{\infty} \frac{I_{o} \left[ 2x \left( bS\xi \right)^{1/2} \right] e^{-\xi} d\xi}{\lambda^{2} \left[ \left( \xi \left( S + \delta \eta \lambda^{-2} \left( \xi \right) \right) \right)^{2} + 4 \left( C/V \right)^{2} \lambda^{-2} \left( \xi \right) - \delta^{2} \eta^{2} \lambda^{-4} \left( \xi \right) \right]}$$

где

$$\lambda^{2}\left(\xi\right) = 1 + \frac{1}{3\left(1 - \upsilon^{2}\right)} \left(\frac{h}{R}\right)^{2} \left(\frac{C}{V}\right)^{2} \xi^{2}$$

Поскольку функция  $\overline{\omega}(x, S)$  — непрерывная и аналитическая в начале координат, то положим в (25) x = 0 и найдем обратное преобразование по формуле Римана-Меллина. Получим

$$\omega(0, \tau) = \begin{cases} \frac{P_{o}}{E} \frac{R}{2h} \int_{0}^{\infty} \left[1 - e^{-\delta \eta \lambda^{-2}(\xi)\tau} F(\xi, \tau)\right] e^{-\xi} d\xi \\ \tau^{2} \eta f(VK^{4}/4C) \dots \tau \ll 1 \end{cases}$$
(26)

Здесь обозначено:

$$F(\xi, \tau) = \cos\left(\frac{\mu(\xi)\tau}{\lambda^{2}(\xi)}\right) + \frac{\delta\eta}{\mu(\xi)}\sin\left(\frac{\mu(\xi)\tau}{\lambda^{2}(\xi)}\right),$$
$$\mu^{2}(\xi) = \left(\frac{2C}{V}\right)^{2}\lambda^{2}(\xi) - \eta^{2}\delta^{2};$$

функция f(Y) определяется так:

$$f(Y) = \begin{cases} Y \left[ \sin Y \operatorname{ci} Y - \cos Y \operatorname{si} Y \right], \\ \sum_{n=0}^{N} \frac{(-1)^{n} (2n)!}{Y^{2n}} + 0 \left( Y^{-2(N+1)} \right), \end{cases}$$

функции сіY, sіY — интегральные косинусы и синусы:

$$\operatorname{ci} Y = \int_{\infty}^{Y} \frac{\cos t}{t} dt, \ \operatorname{si} Y = \int_{\infty}^{Y} \frac{\sin t}{t} dt.$$

Формула для определения давления в полюсе оболочки в зависимости от времени имеет вид:

$$\frac{P(0, \tau)}{P_{o}} = \begin{cases} 1 - 2\delta\eta \int_{0}^{\infty} \frac{e^{-\xi - \delta\eta\lambda^{-2}(\xi)\tau}}{\mu(\xi)} \sin\left(\frac{\mu(\xi)\tau}{\lambda^{2}(\xi)}\right) d\xi, \\ 1 - \left[2\eta f\left(\frac{VK^{2}}{4C}\right)\right], \quad \tau << 1 \end{cases}$$
(27)

Определим момент, суммарные напряжения в полюсе оболочки. Обозначая

$$M(\tau) = \lim_{x\to 0} M_x(x, \tau) = \lim_{x\to 0} M_\theta(x, \tau),$$

для величины М(т) получаем

2

$$M(\tau) = \frac{Eh^2}{6(1-\nu)} \left(\frac{\rho_{\rm f}}{\rho}\right) \times$$

$$\times \left(\frac{C_{\rm f}}{C}\right)_0^{\infty} \frac{\xi e^{-\xi - \delta \eta \lambda^{-2}(\xi)\tau}}{\mu(\xi)} \sin\left(\frac{\mu(\xi)\tau}{\lambda^2(\xi)}\right) d\xi$$
(28)

69



Для определения напряжений в центре положим

$$\sigma(\tau) = \lim_{x \to 0} \frac{\sigma_x(x, \tau)}{P_0} = \lim_{x \to 0} \frac{\sigma_\theta(x, \tau)}{P_0}$$

Тогда из формул (15) получаем

$$\sigma(\tau, \xi) = \sigma_{\rm M} + \left(\frac{2\xi}{h}\right) \sigma_{\rm B}$$
(29)

где  $\sigma_{\rm M} = -\frac{E}{P_{\rm o}}\omega(0,\tau)$  — мембранные усилия;  $\sigma_{\rm B}$  —

напряжения изгиба;

$$\sigma_{B}(\tau) = \begin{cases} \frac{b}{1-\upsilon} \left(\frac{C}{V}\right)^{2} \int_{0}^{\infty} \frac{\xi e^{-\xi-\delta\eta\lambda^{-2}(\xi)\tau}}{\mu(\xi)} \sin\left(\frac{\mu(\xi)\tau}{\lambda^{2}(\xi)}\right) d\xi \\ \frac{1}{(1-\upsilon)} \left(\frac{C}{V}\right)^{2} g(z)\tau, \dots \tau \ll 1; \qquad (30) \end{cases}$$
$$(z) = \frac{VK^{2}}{4C}.$$

В формуле (30) функция g(z) определяется таким образом:

$$g(z) = \begin{cases} -z^{2} \left[ \cos z \operatorname{ci} z + \sin z \operatorname{si} \overline{z} \right], \\ \sum_{n=0}^{N} \frac{(-1)^{n} (2n+1)!}{z^{2n}} + 0 \left( z^{-2(N+1)} \right) \end{cases}$$
(31)

В работе [2] получены характеристики напряженно-деформированного состояния в полюсе сферической оболочки. В ходе эксперимента установлено [4, 5], что уменьшение агрессивного действия водорода на стальные детали изделий морского приборостроения происходит при выполнении отжига полного или закалки и высокого отпуска с последующим покрытием никелем толщиной 30 мкм.

Учитывая то, что никель является пористым покрытием, для стальных деталей необходимо применять в качестве подслоя под основное покрытие медь Си толщиной 3 мкм.

### Литература

1. Штанько М.Г. Оптимизация видов гальванических покрытий и способов их нанесения для защиты от наводороживания стальных деталей изделий морского приборостроения // Матеріали четвертої Національної науково-технічної конференції "Неруйнівний контроль та технічна діагностика". — К., 2003. — С. 246—251.

2. Medick M.A. Initial response of elastic spherical shell upon impact with a compressible fluid // Proc. of the fourth U. S. National Congr., of Appl. Mech. -1962. - P. 257-271.

3. *Payton R.G.* Initial bending stresses in elastic shells impacting into compressible fluids // The quarterly journal of Mechanics and Applied Mathematics, 1962. Vol. XV, part 1.

4. Шамарин Ю.Е., Штанько М.Г. Влияние наводороживания стальных деталей на их прочностные характеристики // Технологические системы, 2004. — № 1. — С. 34—37.

5. Шамарін Ю.Є., Штанько М.Г. Вплив водню на злам сталевих деталей виробів морського приладобудування // Вісник Технологічного університету Поділля, 2004. — № 5. — С. 47–49.