УДК 621.721.052:539.4.014

Прохоренко В.М., Прохоренко О.В.
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут". Україна, Київ

АДАПТАЦІЯ МЕТОДУ СКЛАДНИХ ПЕРЕРІЗІВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ДЕФОРМАЦІЙ ПРИ ЗВАРЮВАННІ СИМЕТРИЧНИХ ТАВРОВИХ СТЕРЖНІВ РУХОМИМ ЛІНІЙНИМ ДЖЕРЕЛОМ НАГРІВАННЯ

Анотація

У статті показана послідовність складання розрахункового алгоритму для визначення напружено-деформованого стану методом складних (неплоских) перерізів при зварюванні симетричних таврових стержнів рухомим лінійним джерелом нагрівання.

Abstract

In this paper the sequence of calculated algorithm formulation for determination of stress-deformation state by the methods of complex (non-planar) section during symmetric tee bar welding using moving linear sourse heating is present.

Принципові основи методу складних (неплоских) перерізів для розрахунку напружено-деформованого стану (НДС) при зварюванні поздовжніх швів одномірних конструкцій викладені в роботах авторів [1, 2].

Одномірна зварна конструкція у вигляді стержня з типовим симетричним перерізом досить часто використовується у судно- та мостобудуванні, будівництві тощо. Основними елементами конструкції є пояс і ребро, з'єднані між собою стиковим або кутовими швами. Розглянемо спрощений випадок, коли товщина пояса і ребра є однаковою. Реальний поперечний переріз схематично показано середніми лініями контуру на рис. 1. Ширина пояса $2B$, ребра — H. Початок рухомої системи координат збігається з джерелом нагрівання і знаходиться на лінії перетину пояса і ребра. Шов заварюється знизу вверх. Погонна енергія зварювання q_n, механічні і теплофізичні характеристики металу відомі. Відстані $s1$ і $s2$ від осі шва до точки з температурою відповідно 600°С і 500°С визначаються окремо і вважаються відомими. Криві Γm, які є проекцією на площину пояса або ребра кривої максимальних температур, показані для пояса і ребра відповідними пунктирними лініями, а криві Γb початку пластичних деформацій скорочення — штриховими. Ширина зони пластичних деформацій скорочення в одну сторону від осі шва визначається довжиною відрізків для пояса — bnB, для ребра — bnH і в загальному випадку вони розташовані в різних поперечних перерізах. Складний розрахунковий переріз стержня показаний на рис. 1 суцільними жирними лініями: для пояса *abcdefguv*, для ребра — *ehqptk*. Горизонтальні ділянки *ab* і *uv* перерізу знаходяться в поперечному перерізі, де розміщуються два відрізки bnB, горизонтальна ділянка *tk* знаходиться в іншому поперечному перерізі ребра, де знаходиться відрізок bnH. Криволінійні ділянки *bcd*, *fgu*, *hqp* збігаються з кривими Γm, горизонтальні ділянки *def* та *eh* знаходяться в зоні знеміцнення металу, де температура $T \geq 600°C$. Пружна деформація на ділянках *ab*, *uv*, *tk* визначається різницею між повною та температурною деформаціями; на криволінійних ділянках вона дорівнює — ε_T, в зоні знеміцнення — дорівнює нулю.

Як показано в роботі [2], першочерговим завданням розробки алгоритму розрахунку напружено-деформованого стану (НДС) при нагріванні за схемою рухомого лінійного джерела є виведення інтерполяційних залежностей $fit\Gamma mB(y)$, $fit\Gamma mH(x)$ та $fitTmB(y)$, $fitTmH(x)$ для кривих $\Gamma mB(y)$, $\Gamma mH(x)$ та $TmB(y)$, $TmH(x)$ відповідно для пояса та ребра. Розглянемо це питання схематично у скороченому вигляді без детальних пояснень

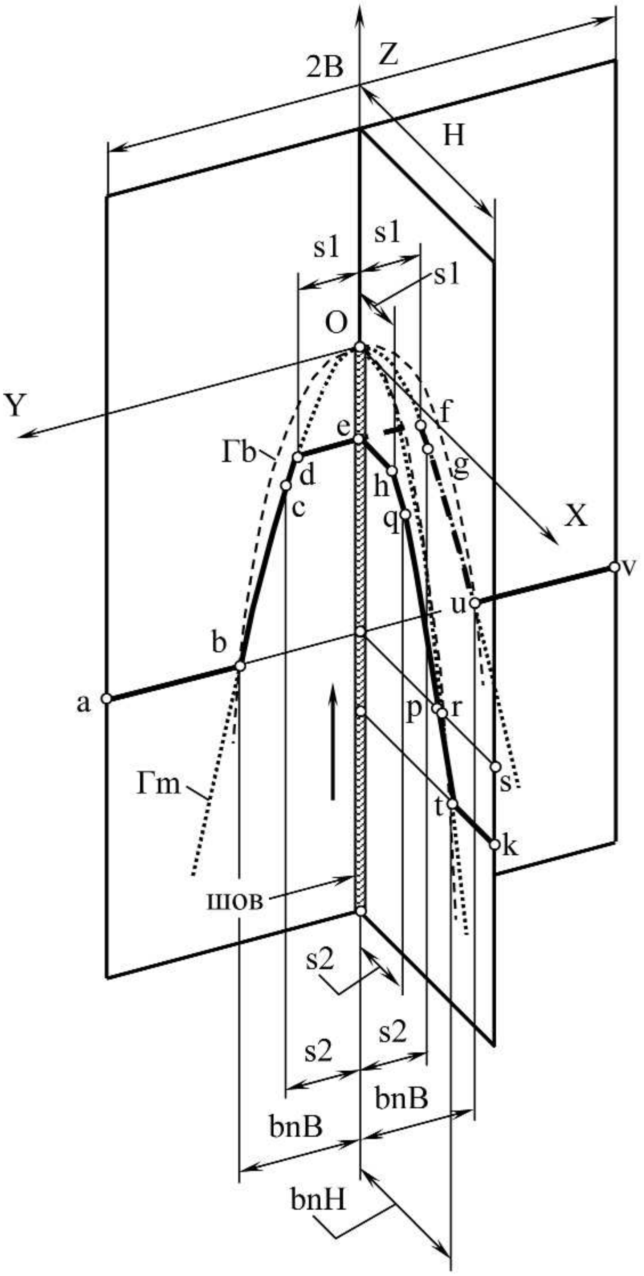

Рис. 1. Схема взаємного розташування основних термомеханічних параметрів при зварюванні стержня симетричного таврового перерізу

окремих моментів але з викладенням всіх математичних залежностей у загальному вигляді, які необхідні для конкретної алгебраїзації програми розрахунку у документі обчислювального середовища MathCAD.

Виведення інтерполяційних залежностей $fit\Gamma mB(y)$ і $fit\Gamma mH(x)$ для кривих $\Gamma mB(y)$ і $\Gamma mH(x)$ відповідно для пояса і ребра. Виклад алгоритму розрахунку НДС доцільно розглядати за окремими пунктами.

1. Визначення масиву точок для кожного з елементів (пояса або ребра) стержня в околі джерела нагрівання для розрахунку в них температур:

а) пояс $i = 0...\psi$, $z_i = -\chi + \Delta z \cdot i$, $j = 0...\varphi$, $y_j = \upsilon + \Delta y \cdot j$,

б) ребро $i = 0...\psi$, $z_i = -\chi + \Delta z \cdot i$, $l = 0...\varsigma$, $x_l = \mu + \Delta x \cdot l$.

Координати початкових границь масиву точок — μ, υ.

2. Розрахунок температур для заданого масиву точок:

а) пояс

$$TB_{i,j} = \Psi \cdot \left[\begin{matrix} \exp\left(-\dfrac{vz_i}{2a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{z_i^2 + y_j^2}\right) + \\ \exp\left(-\dfrac{vz_i}{2a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{z_i^2 + (2B - y_j)^2}\right) \end{matrix} \right],$$

б) ребро

$$TH1_{i,l} = \Psi \cdot \left[\begin{matrix} \exp\left(-\dfrac{vz_i}{2a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{z_i^2 + x_l^2}\right) + \\ \exp\left(-\dfrac{vz_i}{2a}\right) \cdot K0\left(\Omega \cdot \sqrt{z_i^2 + (2H - x_l)^2}\right) \end{matrix} \right],$$

$$\Psi = \frac{q_n v}{\pi \lambda \delta_0}, \Omega = \frac{\sqrt{v^2 + \omega}}{2a}, \omega = 4ab, \delta_0 = 3\delta.$$

3. Визначення максимальних температур по ширині елемента (пояса або ребра):

а) пояс $- TmB_j = \max\left(TB^{\langle j \rangle}\right)$,

б) ребро $- TmH_l = \max\left(TH^{\langle l \rangle}\right)$.

4. Виділення із матриць TB та TH матриць $T1B$ і $T1H$, майже всі елементи яких є нульовими за виключенням тих, що мають максимальну температуру:

а) пояс

$$T1B_{i,j} := \left| \begin{array}{l} \Psi \cdot \left\{ \exp\left(-\dfrac{vz_i}{2a}\right) \cdot \left[K0\left(uB_{i,j}\right) + K0\left(cB_{i,j}\right)\right] \right\} \rightarrow \\ \rightarrow if \;\; \Psi \cdot \left\{ \exp\left(-\dfrac{vz_i}{2a}\right) \cdot \left[K0\left(uB_{i,j}\right) + K0\left(cB_{i,j}\right)\right] \right\} = Tm_j \\ 0 \quad otherwise \end{array} \right. ,$$

$$uB_{i,j} = \Omega \cdot \sqrt{z_i^2 + y_j^2},\ cB_{i,j} = \Omega \cdot \sqrt{z_i^2 + (2B - y_j)^2}.$$

б) ребро

$$T1H_{i,l} := \left| \begin{array}{l} \Psi \cdot \left\{ \exp\left(-\dfrac{vz_i}{2a}\right) \cdot \left[K0\left(uH_{i,l}\right) + K0\left(cH_{i,l}\right)\right] \right\} \rightarrow \\ \rightarrow if \;\; \Psi \cdot \left\{ \exp\left(-\dfrac{vz_i}{2a}\right) \cdot \left[K0\left(uH_{i,l}\right) + K0\left(cH_{i,l}\right)\right] \right\} = Tm_l \\ 0 \quad otherwise \end{array} \right. ,$$

$$uH_{i,l} = \Omega \cdot \sqrt{z_i^2 + x_l^2},\ cH_{i,l} = \Omega \cdot \sqrt{z_i^2 + (2H - x_l)^2}.$$

5. Створення елементів H_i вектора-стовпчика H із значень поточного індексу i: $H_i = i$.

6. Об'єднання векторів-стовпчиків H и $T1B^{\langle j \rangle}$ та H и $T1H1^{\langle l \rangle}$ у матриці: а) пояс — $augment\left(H, T1B^{\langle j \rangle}\right)$, б) ребро — $augment\left(H, T1H^{\langle l \rangle}\right)$.

7. Сортування об'єднаних матриць за елементами першого стовпчика у порядку їхнього зростання зверху вниз:

а) поясі — $csort\left(augment\left(H, T1B^{\langle j \rangle}\right), 1\right)$

б) ребро — $csort\left(augment\left(H, T1H^{\langle l \rangle}\right), 1\right)$

8. Знаходження значення останнього елемента нульового стовпчика сортованих матриць за значенням $last(H)$ останнього елемента вектора-стовпчика H:

а) пояс — $SB_j := \left(csort\left(augment\left(H, T1B^{\langle j \rangle}\right), 1\right)^{\langle 0 \rangle}\right)_{last(H)}$,

б) ребро —

$SH1_l := \left(csort\left(augment\left(H, T1H^{\langle l \rangle}\right), 1\right)^{\langle 0 \rangle}\right)_{last(H)}$.

Значення SB_j та $SH1_l$ дорівнюють значенню поточного індексу i (по-іншому, координати z_S) відповідно для кожного індексу j та l (по-іншому, координат y_j та x_l), на перетині яких маємо деяке значення TmB та TmH. Елементи $\Gamma mB_j := z_{(SB_j)}$ та $\Gamma mH_l := z_{(SH1_l)}$ векторів-стовпчиків ΓmB та $\Gamma mH1$ визначають значимі (при яких $TmB \neq 0$ та $TmH \neq 0$) координати z по ширині полиці та ребра.

9. Створення із векторів-стовпчиків y та ΓmB, а також x та ΓmH об'єднаних матриць MB та MH відповідних значень координат z та y, а також z та x точок відповідно на кривих ΓmB та ΓmH:

а) пояс — $MB := augment(y, \Gamma mB)$,

б) ребро — $MB1 := augment(x, \Gamma mH)$.

9. Інтерполяція кривих ΓmB та ΓmB: $KB = cspline\left(MB^{\langle 0 \rangle}, MB^{\langle 1 \rangle}\right)$

а) пояс

$KB = cspline\left(MB^{\langle 0 \rangle}, MB^{\langle 1 \rangle}\right)$ $y = MB^{\langle 0 \rangle}$, $fit\Gamma mB(y) =$ $= \text{interp}\ (KB, MB^{\langle 0 \rangle}, MB^{\langle 1 \rangle}, y)$,

б) ребро

$KH = cspline\left(MH^{\langle 0 \rangle}, MH^{\langle 1 \rangle}\right)$, $x = MH^{\langle 0 \rangle}$, $fit\Gamma mH(x) =$ $= \text{interp}\ (KH, MH^{\langle 0 \rangle}, MH^{\langle 1 \rangle}, x)$.

Виведення інтерполяційних залежностей $fitTmB(y)$, $fitTmH(x)$ для кривих $\Gamma mb(y)$, $\Gamma mH(x)$. $fit\Gamma mH(x) = \text{interp}\ (KH, MH^{\langle 0 \rangle}, MH^{\langle 1 \rangle}, x)$.

10. Створення із векторів-стовпчиків y та TmB, а також x та TmH шляхом їх об'єднання матриць WB та WH, перший стовпчик яких містить координати точок по ширині пояса та ребра, а другий — відповідні їм значення максимальних температур у точках полиці та ребра:

а) пояс — $WB := augment(y, TmB)$, б) ребро — $WH := augment(x, TmH)$.

11. Інтерполяція кривих TmB і TmH:

а) пояс

$KB = cspline\left(WB^{\langle 0 \rangle}, WB^{\langle 1 \rangle}\right)$ $y = WB^{\langle 0 \rangle}$, $fitTmB(y) =$ $= \text{interp}\ (KB, WB^{\langle 0 \rangle}, WB^{\langle 1 \rangle}, y)$,

б) ребро

$KH = cspline\left(WH^{\langle 0 \rangle}, WH^{\langle 1 \rangle}\right)$, $x = WH^{\langle 0 \rangle}$, $fitTmH(x) =$ $= \text{interp}\ (KH, WH^{\langle 0 \rangle}, WH^{\langle 1 \rangle}, x)$.

12. Визначення максимальної ширини bnB зони пластичних деформацій скорочення у поясі тавра. Загальний вигляд системи рівнянь для складного ламано-криволінійного перерізу, в горизонтальній частині якого для пояса перетинаються криві $\Gamma mb(y)$ та $\Gamma bB(y)$:

$$\begin{cases} 2\int_0^B \varepsilon eh(y)dy + \int_0^H \varepsilon eh(x)dx = 0, \\ \int_0^H \varepsilon eh(x)xdx = 0, \\ \varepsilon eh(x = snH) + \varepsilon_S = 0, \\ \varepsilon eh(y = bnB) + \varepsilon_S = 0. \end{cases} \quad (1)$$

де snH — ширина зони пластичних деформацій у ребрі в поперечному перерізі, в якому визначається bnB; $\varepsilon eh(y)$, $\varepsilon eh(x)$ — пружні деформації на стадії нагрівання відповідно у поясі та ребрі; ε_s — пружна деформація, яка відповідає межі текучості металу.

Розв'язком системи (1) є значення невідомих bnB, snH, gB, dB, з яких відбираємо лише один параметр bnB. Параметри gB, dB визначають повну деформацію $\varepsilon fh(x) = gB \cdot x + dB$ у ребрі тавра в поперечному перерізі, в якому визначається bnB.

13. Визначення максимальної ширини bnH зони пластичних деформацій у ребрі тавра. Загальний вигляд системи рівнянь для складного ламано-криволінійного перерізу, в горизонтальній частині якого для ребра перетинаються криві $\Gamma mH(x)$ та $\Gamma bH(x)$:

$$\begin{cases} 2\int_0^B \varepsilon eh(y)dy + \int_0^H \varepsilon eh(x)dx = 0, \\ \varepsilon eh(x = bnH) + \varepsilon_S = 0, \\ \int_0^H \varepsilon eh(x)xdx = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Розв'язком системи (2) є значення невідомих bnH, gH, dH, з яких відбираємо лише один параметр bnH. Параметри gH, dH визначають повну деформацію $\varepsilon fh(x) = gH \cdot x + dH$ у ребрі тавра в поперечному перерізі, в якому визначається bnH.

14. Визначення поточних координат y_j та x_j розрахункових точок на кривих $\Gamma mB(y)$ та $\Gamma mH(x)$. Проекції цих точок відповідно на відрізки $bnB - s2$

та $bnH - s2$ рівномірно поділяють $(bnB - s2)$ та $(bnH - s2)$ на малі інтервали. У розрахункових точках на кривих $\Gamma mB(y)$ та $\Gamma mH(x)$ в подальшому буде визначатись максимальна пластична деформація скорочення. З цією метою знайдемо максимальні значення ξ та ζ поточного параметра j для прийнятого закону зміни координат y_j на кривій $\Gamma mB(y)$ та x_j на кривій $\Gamma mH(x)$. Необхідні залежності мають вигляд: $\xi = ceil[(bnB - s2)\Delta s^{-1}]$, $\zeta = ceil[(bnH - s2)\Delta s^{-1}]$, $\Delta s = 0{,}1$ *см*, $y_j = 0.1 + \Delta s \cdot j$, $x_j = 0.1 + \Delta s \cdot j$, $j = 0...\xi$ — для пояса, $j = 0...\zeta$ — для ребра.

В багатьох випадках з тих чи інших міркувань заздалегідь відомо який з відрізків bnB чи bnH є меншим. Здебільшого $bnB < bnH$. Тоді буде $\xi < \zeta$. Це означає, що для $j = 0...\xi$ координати $y_j = 0.1 + \Delta s \cdot j$ і $x_j = 0.1 + \Delta s \cdot j$ будуть однаковими і вони визначають однакову координату $zB_j = fit\Gamma mB(y_j)$ або $zH_j = fit\Gamma mH(x_j)$ по осі Z для поточного поперечного перерізу, в якому розташовані відрізки snB_j та snH_j (аналоги відрізків bnB та bnH).

При $j > \xi$ горизонтальні ділянки складних перерізів розміщуються в різних поперечних перерізах. Для полиці така ділянка надалі залишається в поперечному перерізі $j = \xi$, а для ребра в перерізах $j > \xi$. Таким чином, для розрахунку параметрів snB_j, snH_j, g_j, d_j необхідно розглядати два інтервали зміни поточного індексу j, а саме $j = 0...\xi$ і $j = \xi + 1...\zeta$. Отже, необхідно складати і знаходити розв'язки двох систем рівнянь для кожного із згаданих вище інтервалів зміни поточного індексу j.

15. <u>*Визначення параметрів*</u> snB_j, snH_j, $g1_j$, d_j <u>*для інтервалу*</u> $j = 0...\xi$. Перша система рівнянь у загальному вигляді для інтервалу $j = 0...\xi$:

$$\begin{cases} 2\int_0^B \varepsilon eh(fit\Gamma mB(y_j), y)dy + \int_0^H \varepsilon eh(fit\Gamma mH(x_j), x)dx = 0, \\ \int_0^H \varepsilon eh(fit\Gamma mH(x_j), x)xdx = 0, \\ \varepsilon eh\left[fit\Gamma mH(snH), snH\right] + \varepsilon_s = 0, \\ \varepsilon eh\left[fit\Gamma mB(snB), snB\right] + \varepsilon_s = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Розв'язком системи (3) є значення невідомих snB_j, snH_j, $g1_j$, d_j, де $g1_j$, d_j — параметри повної деформації поперечного перерізу тавра відповідно до гіпотези плоских перерізів.

16. <u>*Визначення параметрів*</u> snH_j, $g2_j$, d_j <u>*для інтервалу*</u> $j = (\xi+1)...\zeta$. Друга система рівнянь у загальному вигляді для інтервалу $j = (\xi+1)...\zeta$:

$$\begin{cases} 2\int_0^B \varepsilon eh(fit\Gamma mB(bnB), y)dy + \int_0^H \varepsilon eh(fit\Gamma mH(x_j), x)dx = 0, \\ \varepsilon eh\left[fit\Gamma mH(snH), snH\right] + \varepsilon_s = 0, \\ \int_0^H \varepsilon eh(fit\Gamma mH(x_j), x)xdx = 0, \end{cases} . \quad (4)$$

Розв'язком системи (4) є значення невідомих snH_j, $g2_j$, d_j де $g2_j$, d_j — параметри повної деформації поперечного перерізу тавра відповідно до гіпотези плоских перерізів.

17. За допомогою матричної функції *stack* оболонки MathCAD вектори-стовпчики $g1$ і $g2$ об'єднуємо їх в один вектор-стовпчик $g = stack(g1, g2)$.

18. Створюємо вектори-стовпчики повної деформації εfhB на кривій $\Gamma mB(y)$ (пояс) і εfhH на кривій $\Gamma mH(x)$ (ребро): $\varepsilon fhB = d$, $\varepsilon fhH = \overrightarrow{g \cdot x} + d$.

19. Створюємо вектори-стовпчики максимальних температур TmB на кривій $\Gamma mB(y)$ (поясі) і TmH на кривій $\Gamma mH(x)$ (ребро): $TmB = fitTmB(y)$, $TmH = fitTmH(x)$.

20. Створюємо вектори-стовпчики максимальних пластичних деформацій скорочення εphB на кривій $\Gamma mB(y)$ (полиця) і εphH на кривій $\Gamma mH(x)$ (ребро): $\varepsilon phB = \varepsilon fhB - \alpha \cdot TmB + \varepsilon_s$, $\varepsilon phH = \varepsilon fhH - \alpha \cdot TmH + \varepsilon_s$.

21. Знаходимо інтерполяційні залежності $fit\varepsilon phB(y)$ і $fit\varepsilon phH(x)$ для кривих відповідно εphB і εphH:

а) пояс

$WB{:=}augment(y, \varepsilon phB)$, $KB{:=}\ cspline\left(WB^{\langle 0\rangle}, WB^{\langle 1\rangle}\right)$,

$y{:=}\ WB^{\langle 0\rangle}$, $fit\varepsilon phB(y){:=}\ \mathrm{interp}\ (KB, WB^{\langle 0\rangle}, WB^{\langle 1\rangle}, y)$;

б) ребро

$WH{:=}augment(x, fit\varepsilon phH)$, $KH{:=}\ cspline\left(WH^{\langle 0\rangle}, WH^{\langle 1\rangle}\right)$,

$x{:=}\ WH^{\langle 0\rangle}$, $fit\varepsilon phH(x){:=}\ \mathrm{interp}\ (KH, WH^{\langle 0\rangle}, WH^{\langle 1\rangle}, x)$;

22. <u>*Розв'язуємо задачу для залишкового стану*</u>. Система рівнянь у загальному вигляді для довільного поперечного перерізу стержня у залишковому стані:

$$\begin{cases} 2\int_0^B \varepsilon frB(y)dy + \int_0^H \varepsilon frH(x)dx = 0, \\ \int_0^H \varepsilon frH(x)xdx = 0, \\ \varepsilon frB(y = sB) - \varepsilon_s = 0, \\ \varepsilon frH(x = sH) - \varepsilon_s = 0. \end{cases} . \quad (5)$$

Розв'язками системи (5) є значення параметрів e і f повної деформації $\varepsilon fr(x) = e \cdot x + f$ та відрізків sB і sH, які визначають ширину зони пластичних деформацій видовження на стадії охолодження у поясі та ребрі відповідно.

23. <u>*Записуємо кінцеві залежності та будуємо відповідні графіки для повної*</u> εfrB, <u>*пружної*</u> $\varepsilon erB(y)$

і пластичної $\varepsilon prB(y)$ *деформацій в залишковому стані для пояса і аналогічно для ребра* — $\varepsilon frH1(x)$, $\varepsilon erH1(x)$, $\varepsilon prH1(x)$.

Литература

1. *Прохоренко В.М., Карпенко А.С., Прохоренко Д.В.* Расчет функции усадки при сварке одномерных конструкций. Сообщение 1. Нагрев мощным быстродвижущимся линейным источником // Технологические системы. — 2005. — № 4. — С. 49—55.

2. *Прохоренко В.М., Карпенко А.С., Прохоренко Д.В.* Расчет функции усадки при сварке одномерных конструкций. Сообщение 2. Нагрев подвижным линейным источником // Технологические системы. — 2005. — № 5—6. — С. 46—49.

3. *Рыкалин Н.Н.* Расчеты тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 296 с.