

УДК 539.3/.5:620.178.7

Астанін В. В., Олефір О. І., Щегель Г. О., Олефір А. О.

Національний авіаційний університет. Україна, м. Київ

ЙМОВІРНІСНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ШВИДКОСТІ ДЕФОРМАЦІЇ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН МАТЕРІАЛУ

Запропонована ймовірнісна модель врахування впливу швидкості деформації на напружено-деформований стан матеріалу. Показано її застосовність для розрахунку переходу від пружного до пластичного деформування, відповідних відносних деформацій і напружень границі текучості залежно від швидкості деформації, а також переваги її застосування порівняно із традиційною феноменологічною моделлю з точки зору зменшення величини похибки розрахунку відносно експериментальних даних. [dx.doi.org/10.29010/081.3]

Ключові слова: швидкість деформації; залежність напружень від деформацій; ймовірнісна модель пошкодження; композити на основі металевої матриці.

Вступ і аналіз стану питання

Врахування впливу швидкості деформації на напружено-деформований стан металевих і композитних матеріалів у авіації відіграє важливу роль з точки зору отримання необхідних розрахункових

даних про поведінку елементів і блоків конструкції під дією ударних навантажень, а також при докладанні типових експлуатаційних навантажень з метою підвищення точності і надійності розрахунку.

Проблематика моделювання граничного стану конструктивних елементів авіаційної техніки при

статичному і ударному навантаженні полягає, зокрема, у необхідності застосування багатокрокового ітераційного підходу, що поєднує кроки експериментального визначення феноменологічних особливостей поведінки досліджуваного матеріалу у максимально наближених до експлуатації умовах навантаження і дії навколишнього середовища, а також кроки математичного моделювання даних феноменологічних особливостей, що потребує використання серії чисельних параметрів і коефіцієнтів, що не знаходять чіткого пояснення з точки зору фізичного змісту і мікроскопічної будови матеріалу. Вирішити цю задачу мають на меті фізичні моделі матеріалу, такі, як описані в [1-4], зокрема, адаптовані для застосування в рамках механіки пошкодження [5]. Вказані моделі засновані на розгляді термодинаміки і кінетики руху дислокацій в площинах ковзання, а тому передбачають або ж формулювання визначальних рівнянь моделі для систем ковзання на мікроскопічному масштабному рівні і подальший розрахунок ефективних параметрів механічної поведінки матеріалу, або ж визначальні рівняння формулюються для макроскопічної системи шляхом підстановки макроскопічних параметрів у рівняння поведінки мікроскопічної системи ковзання.

Інший традиційний підхід заснований на використанні феноменологічних моделей [6, 7] які дають можливість інженерного розрахунку, проте не звертаються до фізичної суті процесів, які відбуваються в матеріалі, а тому параметри моделі носять абстрактний характер. Як наслідок, складно адаптувати модель для врахування тих чи інших особливостей поведінки матеріалу за заданих умов експлуатації, зокрема, уникнути завищення розрахункових напружень для застосовуваних у транспортній промисловості сталей за помірних величин швидкості деформації, як показано в [8].

Якщо для металів і матриць зміцнених частками чи волокнами металокомпозитів застосовуються обидва вказані підходи, то для полімерних матриць і композиційних пластиків переважне застосування отримав заснований на [6] феноменологічний підхід. Особливості поведінки таких матеріалів при високих швидкостях деформації розглядалися у [9-13]. Аналогічно до металевих матриць, для полімерів в такому випадку виникає складність неврахування нелінійних ефектів при високих швидкостях деформації, як вказується у [14, 15].

Постановка задачі

У [16-19] висунуто фізичну гіпотезу, запропоновано і розвинуто засновану на ній імовірнісну модель конструктивного матеріалу, яка полягає у тому, що механічна поведінка матеріалу визначається співвідношенням того часу, протягом якого

силова взаємодія між його структурними елементами на нано-, мікро-, макро- та ін. рівнях масштабування проявляється на рівні, достатньому для суттєвого впливу на перебіг досліджуваного явища, а саме на виникнення внутрішніх напружень у матеріалі у відповідь на силові чи температурні зовнішні впливи, що термінологічно позначається як наявність зв'язку між вказаними структурними елементами, і того часу, протягом якого дана силова взаємодія проявляється на рівні, навпаки, недостатньому для вказаного суттєвого впливу, що термінологічно позначається як відсутність чи розрив зв'язку.

У [16, 18] розглянуто особливості формування і часова стабільність силової взаємодії між структурними частинками матеріалу і її прояву у вигляді наявності чи відсутності зв'язку між ними. У [17, 19] проаналізовано закономірності стану динамічно підтримуваної рівноваги теплових коливань атомів, особливості розрахунку розподілу внутрішньої енергії твердого тіла між коливальними процесами різної частоти і просторової довжини хвилі із використанням статистик Бозе-Ейнштейна та Максвелла-Больцмана для так званого великого канонічного ансамблю нерозрізнованих квазі-часток фононів, кожній із яких відповідає коливання атомарної решітки чи молекулярних зв'язків конструктивного матеріалу певної частоти. На основі застосування принципу ергодичності системи, принципу нерозрізнованості часток, тобто принципу апіорної ймовірності, та принципу максимізації ентропії зроблено висновок про дискретність характеру зміни якісного стану силової взаємодії між структурними частинками матеріалу. Таким чином, руйнування і потенційне відновлення зв'язків між структурними елементами матеріалу носить дискретний характер, причому це проявляється не лише одномоментно у різних точках матеріалу, а й послідовно протягом часу з певною частотою.

На основі проведеного аналізу і розробленої моделі стає можливим провести моделювання поведінки матеріалу, а саме напружено-деформованого стану, жорсткості, пошкодження і границі текучості та ін., під дією навантаження при різних швидкостях деформації. В даному дослідженні проведено розрахунок простого конструктивного матеріалу ARMCO Pure Iron, що відповідає за хімічним складом класу 1 за даними AK Steel Int., і порівняно із даними експериментальних досліджень цього матеріалу для випадку тестування стандартних зразків при поздовжній осьовій деформації розтягу [6, 20, 21]. Моделювання такого випадку навантаження важливе з тієї точки зору, що являє собою основу для подальшого моделювання металоматричних композитів, а також полімерних композитів при складних випадках навантаження.

Розробка математичного апарату розрахунку ймовірності руйнування і відновлення зв'язків між структурними елементами матеріалу

Моделювання пошкодження базується на розгляді залежностей ймовірностей руйнування p_f і відновлення p_r зв'язків у матеріалі на мікро- і макроструктурному рівні в залежності від заданих параметрів, таких як відносна деформація ϵ , швидкість деформації $\dot{\epsilon}$, температура T . Розглянемо ключові елементи розрахункової моделі, що дає можливість розрахувати криву деформування матеріалу, тобто криву залежності напружень від відносних деформацій ϵ .

В результаті проведених теоретичних і лабораторних досліджень було встановлено, що руйнування матеріалу можливе, якщо амплітуда коливань структурних часток матеріалу, які відбуваються на максимальній допустимій, що визначається міжатомною відстанню як параметром матеріалу, частоті ω_{\max} , перевищує амплітуду, якій відповідає перший квантовий рівень $n = 1$. Частота ω_{\max} являється частотою, при якій сусідні частки коливаються у протифазі, що сприяє розриву зв'язку між ними. Тоді ймовірність збереження нормальних зв'язків, на які вказує індекс σ , між структурними частинками матеріалу, тобто відсутності нормального руйнування у напрямку x обраної декартової системи координат на i -му розрахунковому кроці, складає:

$$p_{\sigma x}^{rel}(i) = p(E_{n=0}^{\omega_{\max}})(i) + p(E_{n=1}^{\omega_{\max}})(i) = \exp(0) \times (1 - \exp(-\frac{\hbar \cdot \omega_{\max}^{\sigma}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ x}^{el}(i-1)})) + \exp(-\frac{\hbar \cdot \omega_{\max}^{\sigma}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ x}^{el}(i-1)}) \times (1 - \exp(-\frac{\hbar \cdot \omega_{\max}^{\sigma}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ x}^{el}(i-1)})) = (1 + \exp(-\frac{\hbar \cdot \omega_{\max}^{\sigma}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ x}^{el}(i-1)})) \times (1 - \exp(-\frac{\hbar \cdot \omega_{\max}^{\sigma}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ x}^{el}(i-1)})) = 1 - \exp(-\frac{2 \cdot \hbar \cdot \omega_{\max}^{\sigma}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ x}^{el}(i-1)})$$

де T_{eq}^{el} – поточна еквівалентна температура, розрахована на i -му розрахунковому кроці, k_B – стала Больцмана, \hbar – стала Планка.

Тоді ймовірність $q_{\sigma x}^{rel}(i)$ руйнування вказаних нормальних зв'язків може бути розрахована як

$$q_{\sigma x}^{rel}(i) = 1 - p_{\sigma x}^{rel}(i) \tag{2}$$

Аналогічно для дотичних коливань, тобто коливань, пов'язаних із компонентами τ_{ij} , $i \neq j$ тензора напружень σ_{ij} :

$$p_{\tau x}^{rel}(i) = 1 - \exp(-\frac{2 \cdot \hbar \cdot \omega_x^{\tau \max}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ x}^{el}(i-1)}), \quad q_{\tau x}^{rel}(i) = 1 - p_{\tau x}^{rel}(i) \tag{3}$$

де індекс τ вказує на дотичні зв'язки між структурними частинками матеріалу, як вони визначені у [16-19].

Крім того, необхідним являється розрахунок аналогічних величин для напрямків y та z обраної декартової системи координат, що здійснюється, зокрема, наступним чином:

$$p_{\sigma y}^{rel}(i) = 1 - \exp(-\frac{2 \cdot \hbar \cdot \omega_y^{\sigma \max}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ y}^{el}}), \quad q_{\sigma y}^{rel}(i) = 1 - p_{\sigma y}^{rel}(i);$$

$$p_{\tau y}^{rel}(i) = 1 - \exp(-\frac{2 \cdot \hbar \cdot \omega_y^{\tau \max}(i)}{k_B \cdot T_{eq\ y}^{el}}), \quad q_{\tau y}^{rel}(i) = 1 - p_{\tau y}^{rel}(i) \tag{4}$$

Для результуючих ймовірностей руйнування p_f і відновлення p_r зв'язків у матеріалі на поточному етапі моделювання використовуємо наступні розрахункові залежності:

$$p_f(i) = q_{\sigma x}^{rel}(i) \cdot (q_{\tau y}^{rel}(i) + q_{\tau z}^{rel}(i));$$

$$p_r(i) = p_{\sigma x}^{rel}(i) \cdot (p_{\tau y}^{rel}(i) + p_{\tau z}^{rel}(i)) \tag{5}$$

Матеріали і методи

Механічні і фізичні властивості дослідженого матеріалу приведено у табл. 1 за даними [6, 20, 21].

Таблиця 1

Механічні і фізичні характеристики матеріалу

Характеристика матеріалу	Позначення	Значення	Од. вим.
Модуль пружності першого роду	E	207E9	Па
Модуль пружності другого роду	G	80E9	Па
Коефіцієнт Пуассона	ν	0,29	–
Густина	ρ	7890	кг/м ³
Міжатомна відстань	a	2,27516E-10	м
Розрахункова швидкість розповсюдження поздовжніх звукових коливань	V_l	4173	м/с
Розрахункова швидкість розповсюдження поперечних звукових коливань	V_t	2325	м/с

Таким чином, на першому етапі моделювання була здійснена спроба спрогнозувати одноісну деформацію розтягу стандартного циліндричного зразка, виконаного із практично чистого металу без застосування зміцнюючих часток.

На другому етапі моделювання для порівняння із результатами розрахунку за традиційно застосовуваною моделлю Джонсона-Кука [6] відповідно до рівняння:

$$\sigma = (A + B \cdot \epsilon_{pl}^n) \cdot (1 + C \cdot \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}) \quad (6)$$

де ϵ_{pl}^n – еквівалентна пластична відносна деформація; $\dot{\epsilon}$ – швидкість деформації; сталі $A = 175$ МПа, $B = 380$ МПа, $n = 0,32$, $C = 0,06$, $\dot{\epsilon}_0 = 1/c$.

Методика проведення чисельного моделювання

Визначення напружено-деформованого стану відповідно до розробленого у [16-19] ймовірнісного підходу потребує розрахунку ймовірностей руйнування і відновлення зв'язків між структурними частинками матеріалу згідно з формулами (2-4), що дає можливість подальшого розрахунку параметрів пошкодження d_{ij} і відповідно, тензора пошкодженої жорсткості $\tilde{Q}_{ij}(d_{ij})$, як описано раніше. Так як формули (2-4) описують залежності виду $p_{\alpha x}^{T_{eq}}(\omega_x^{\max})$, то з цією метою необхідним стає попередньо розрахувати максимально допустиму частоту фононів твердого тіла ω_i^{\max} .

Введемо коефіцієнти для знаходження розрахункових значень поздовжньої і поперечної швидкостей звуку у матеріалі:

$$c_{xy}^{\sigma} = \sqrt{\frac{1 - \nu_{xy}}{(1 + \nu_{xy}) \cdot (1 - 2 \cdot \nu_{xy})}},$$

$$c_{xy}^{\tau} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (1 + \nu_{xy})}}, \quad (7)$$

де ν_{xy} – коефіцієнт Пуассона матеріалу в площині xOy .

Аналогічно розраховуємо c_{yz}^{σ} , c_{yz}^{τ} . У випадку трансверсально-ізотропного матеріалу приймаємо за площину ізотропії площину xOy , тоді $\nu_{xy} = \nu_{xz}$.

Часто на даному етапі для спрощення розрахунків можна знехтувати анізотропією коефіцієнту Пуассона, так як у розглядуваних матеріалах зазвичай його значення не лише близькі між собою для різних площин, але він також складно піддається експериментальному визначенню чи для його визначення застосовуються допоміжні методики, що можуть вносити відхилення у отримувані значення. Наприклад, для шаруватого композиційного матеріалу з метою визначення коефіцієнту Пуассона перпендикулярно до площини ламінації здійснюється формування спеціальних

зразків шляхом багатократного склеювання листів матеріалу [12, 13]. У зв'язку із вказаним, розрахункові значення швидкості поздовжніх $V_{x,y}^{\sigma}$ і поперечних $V_{x,y}^{\tau}$ звукових коливань у матеріалі:

$$V_x^{\sigma}(i) = \sqrt{\frac{E_x^{T_{eq}}(i-1)}{\rho(i)}} \cdot c_{xy}^{\sigma}, \quad V_x^{\tau}(i) = \sqrt{\frac{E_x^{T_{eq}}(i-1)}{\rho(i)}} \cdot c_{xy}^{\tau}$$

$$V_y^{\sigma}(i) = \sqrt{\frac{E_y^{T_{eq}}(i-1)}{\rho(i)}} \cdot c_{\sigma}, \quad V_y^{\tau}(i) = \sqrt{\frac{E_y^{T_{eq}}(i-1)}{\rho(i)}} \cdot c_{\tau}, \quad (8)$$

де $E_{x,y}^{T_{eq}}$ – модуль Юнга відповідно у напрямку x , y обраної декартової системи координат на $(i-1)$ -му розрахунковому кроці, $\rho(i)$ – густина розглядуваної фази матеріалу.

На основі розрахованого або ж експериментально визначеного значення швидкості звуку у матеріалі розраховуємо максимально допустимі частоти коливань часток матеріалу, зокрема, атомів, відстань між якими у напрямках x , y обраної декартової системи координат на i -му розрахунковому кроці складає $a_x(i)$ а $a_y(i)$ відповідно:

$$\omega_x^{\sigma \max}(i) = \frac{2 \cdot V_x^{\sigma}(i)}{a_x(i)}, \quad \omega_x^{\tau \max}(i) = \frac{2 \cdot V_x^{\tau}(i)}{a_x(i)},$$

$$\omega_y^{\sigma \max}(i) = \frac{2 \cdot V_y^{\sigma}(i)}{a_y(i)}, \quad \omega_y^{\tau \max}(i) = \frac{2 \cdot V_y^{\tau}(i)}{a_y(i)}. \quad (9)$$

Крім того, знаходимо максимально допустимі частоти $\omega_{x,y}^{\sigma, \tau \text{ loc}}(i, p)$ локальних фононних мод наступним чином:

$$\omega_x^{\sigma \text{ loc}}(i, p) = \omega_x^{\sigma}(i, 1) \cdot \sqrt{\frac{m_p(1)}{2 \cdot m_p(p)}},$$

$$\omega_x^{\tau \text{ loc}}(i, p) = \omega_x^{\tau}(i, 1) \cdot \sqrt{\frac{m_p(1)}{2 \cdot m_p(p)}},$$

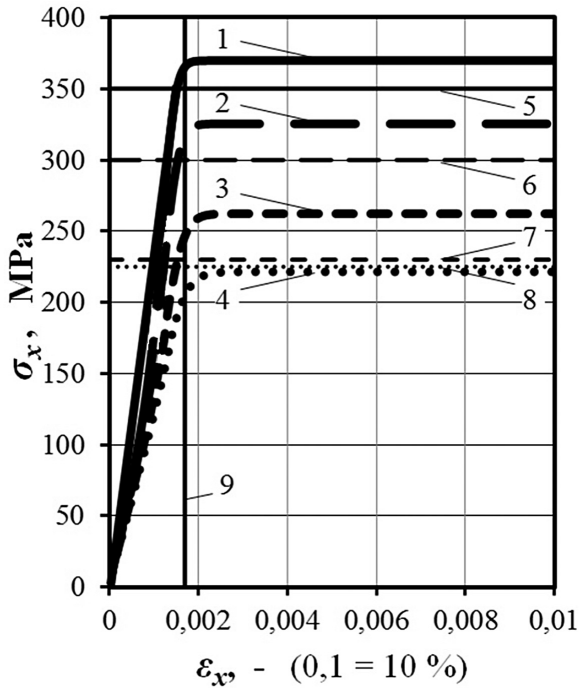
$$\omega_y^{\sigma \text{ loc}}(i, p) = \omega_y^{\sigma}(i, 1) \cdot \sqrt{\frac{m_p(1)}{2 \cdot m_p(p)}},$$

$$\omega_y^{\tau \text{ loc}}(i, p) = \omega_y^{\tau}(i, 1) \cdot \sqrt{\frac{m_p(1)}{2 \cdot m_p(p)}}, \quad (10)$$

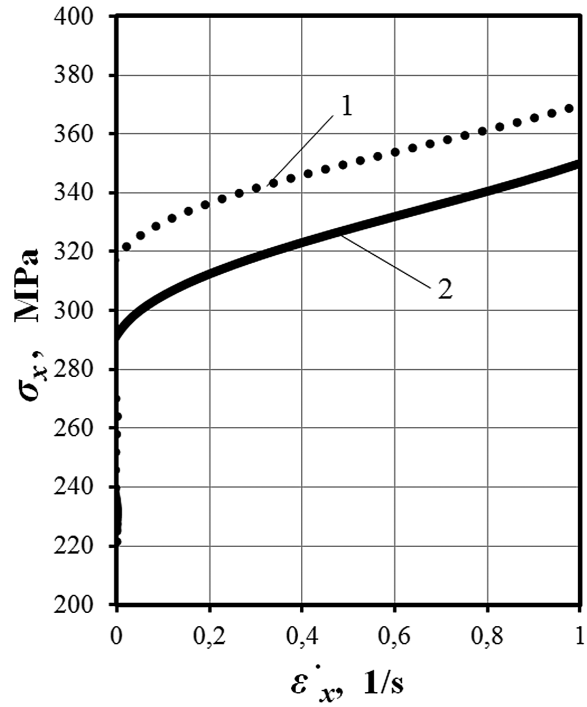
де p – довільно обраний порядковий номер виду часток включень, тут 1 – порядковий номер основного компоненту; $m_p(p)$ – маса частки порядкового номеру p .

Результати і аналіз розрахунків напружено-деформованого стану

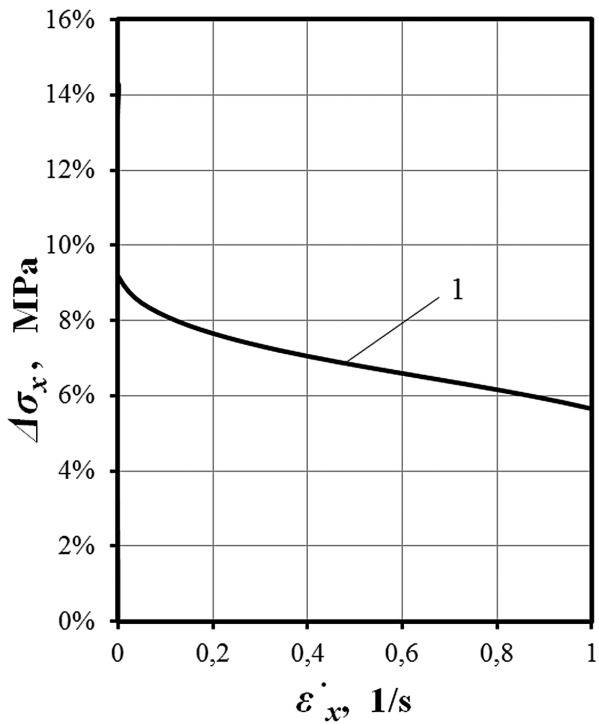
Розроблена розрахункова модель ймовірнісного руйнування матеріалу дозволила провести обчислення напружено-деформованого стану обраного матеріалу, порівняльні результати яких для різних



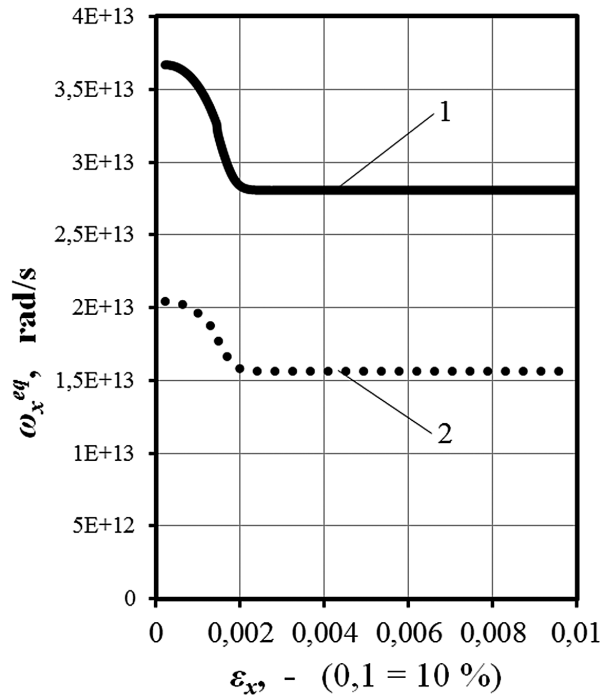
а



б



в



г

Рис. 1. Результаты моделирования напряжено-деформированного stanu материала за одновісного навантаження розтягу при різних швидкостях деформації $\dot{\epsilon}$ на основі ймовірного підходу: а і б – залежності напруження σ_x від відносної деформації ϵ_x та швидкості деформації $\dot{\epsilon}$ відповідно; в – залежність похибки визначення напруження при розрахунку відносно експериментальних даних; г – залежність ймовірності руйнування p_f зв'язків між структурними елементами матеріалу від відносної деформації ϵ_x

відносних швидкостей деформації приведено на рис. 1, а.

Досліджувалася динамічна поведінка матеріалу на розтяг при чотирьох різних значеннях швидкості деформації $\dot{\epsilon}$, приведених в табл. 2. Експериментальні величини подані за даними [20, 21]. Відповідно на рис. 1, а криві 1-4 подають результати моделювання, а лінії рівня 5-8 вказують значення границі текучості для вказаних швидкостей деформації, а саме: 1, 5 – $\dot{\epsilon} = 10^{-4}$ 1/с; 2, 6 – $\dot{\epsilon} = 10^{-3}$ 1/с; 3, 7 – $\dot{\epsilon} = 10^{-2}$ 1/с; 4, 8 – $\dot{\epsilon} = 1$ 1/с; лінія рівня 9 вказує значення відносної деформації, якій відповідає початок текучості при деформуванні в лабораторному експерименті, а отже, результати моделювання відносної деформації початку текучості досить близькі до експериментальних даних. У табл. 3 наведені результати розрахунку напруження границі текучості із використанням розробленої ймовірнісної моделі при різних швидкостях деформації та із використанням традиційно застосовуваної моделі Джонсона-Кука [6]. Як видно із приведених похибок розрахункових величин відносно експериментальних даних, для обох моделей спостерігається тенденція до зменшення похибки при зростанні швидкості деформації, проте запропонована модель дозволяє знизити дану похибку у всьому дослідженому діапазоні швидкостей деформації.

Залежність розрахованих із застосуванням розробленої моделі (крива 1) і експериментальних значень (крива 2) напружень σ_x від швидкості деформації $\dot{\epsilon}$ приведена на рис. 1, б. Аналогічно до залежності модулю пружності першого роду від швидкості деформації згідно з формулою (14), залежності розрахункових і експериментальних значень напружень від швидкості деформації також близькі до логарифмічних, що підтверджується даними [6, 11, 14].

Залежність похибки визначення напруження при розрахунку відносно експериментальних даних подана на рис. 1, в (крива 1). Залежність ймовірності руйнування p_f зв'язків між структурними елементами матеріалу від відносної деформації ϵ_x при швидкості деформації $\dot{\epsilon} = 1$ 1/с приведена на рис. 1, г для поздовжнього осевого x (крива 1) та поперечного y (крива 2) напрямків. Деталізовано залежності ймовірностей руйнування різних типів зв'язків, на основі яких розраховується ймовірність руйнування p_f від відносної деформації ϵ_x для того самого значення швидкості деформації $\dot{\epsilon}$ подані на рис. 2.

Залежність модуля пружності першого роду E_x , який грає роль компонента матриці Q непошкодженої жорсткості матеріалу при розрахунку напружень σ_x від відносної деформації ϵ_x приведена на рис. 3, а, розрахована із врахуванням (крива 1) та без врахування (крива 2) динамічності навантаження.

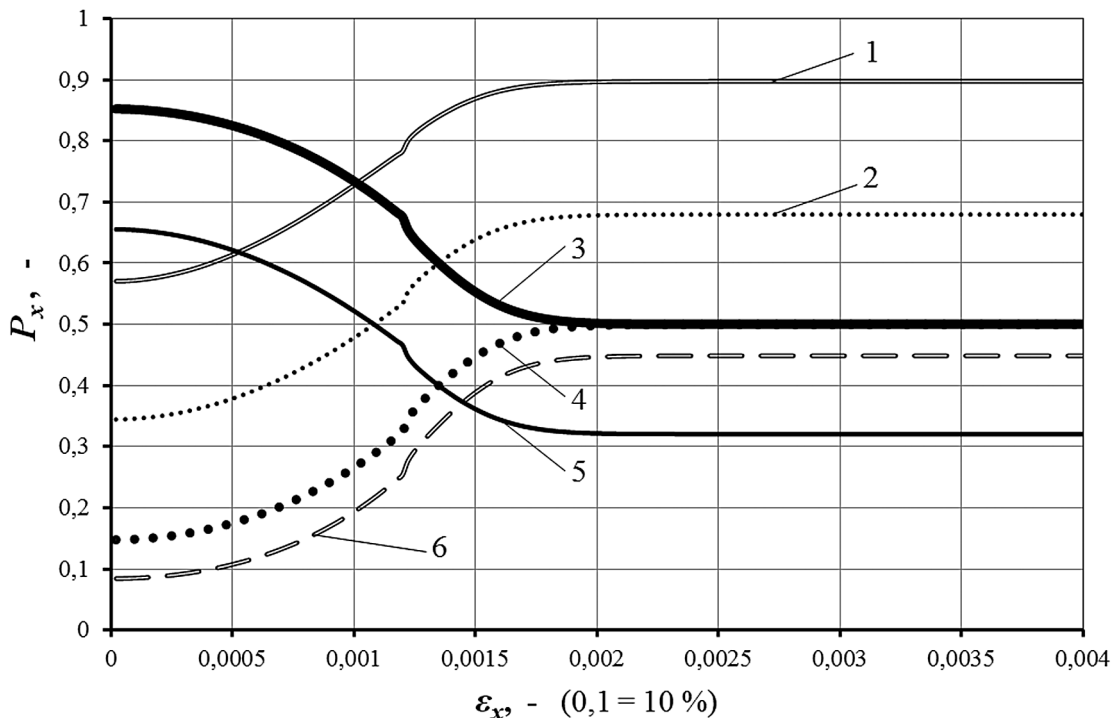


Рис. 2. Залежності ймовірностей руйнування різних типів зв'язків між структурними елементами матеріалу від відносної деформації ϵ_x : 1- $q_{x,2lly}^{T_{eq}^d}$, 2- $q_{cx}^{T_{eq}^d}$, 3- $p_{ax}^{T_{eq}^d}$, 4- $q_{ax}^{T_{eq}^d}$, 5- $p_{cx}^{T_{eq}^d}$, 6- q_{eqx}^{pl}

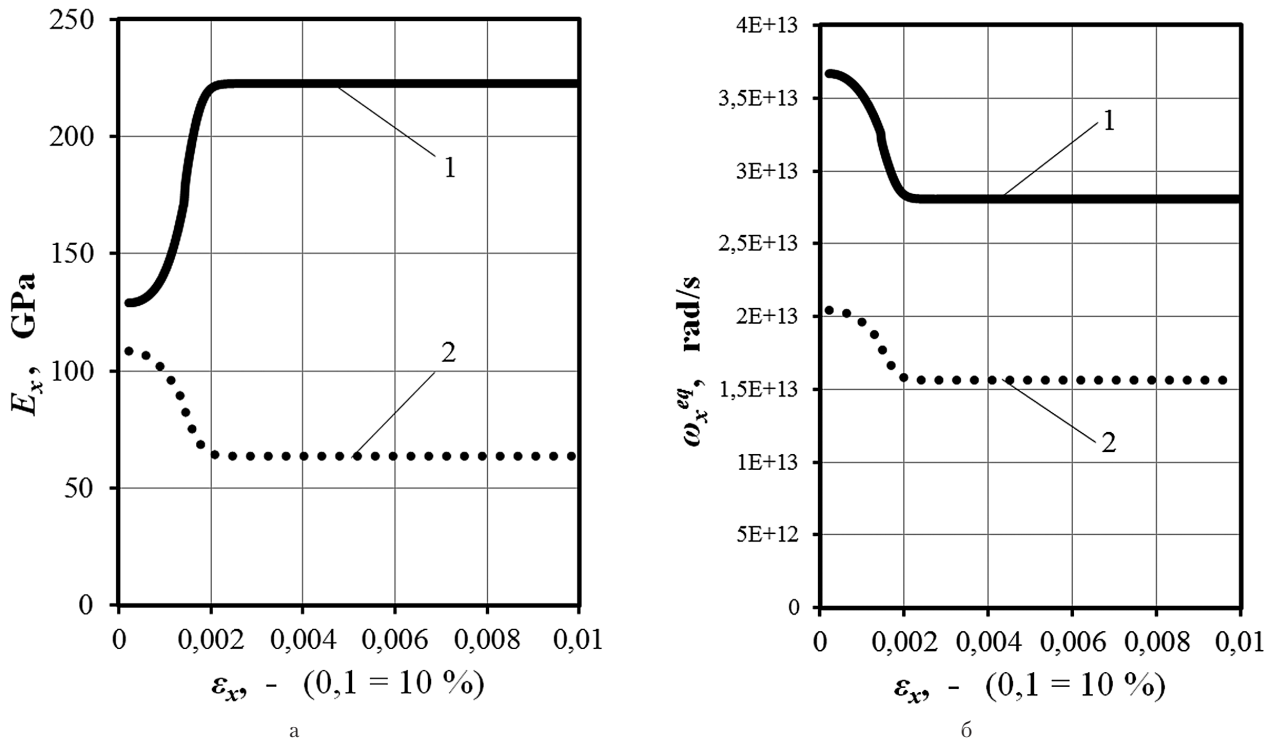


Рис. 3. Залежності модуля Юнга E_x (а) та максимально допустимих частот коливань часток матеріалу ω_x^{eq} (б) від відносної деформації ϵ_x при швидкості деформації $\dot{\epsilon} = 1$ 1/с

Таблиця 2

Результати розрахунку напруження границі текучості із використанням розробленої моделі при різних швидкостях деформації

Швидкість деформації $\dot{\epsilon}$, 1/с	Експериментальне значення напруження границі текучості σ_y^{exp} , МПа	Розрахункове значення напруження границі текучості σ_y^t , МПа	Похибка визначення напруження δ_σ , %
10^{-4}	225	221	2%
10^{-3}	230	262	14%
5×10^{-2}	300	325	8%
1	350	370	6%

Таблиця 3

Порівняння результатів розрахунку із використанням розробленої та моделі та моделі Джонсона-Кука [6]

Швидкість деформації $\dot{\epsilon}$, 1/с	Експериментальне значення напруження границі текучості σ_y^{exp} , МПа	Розрахункове значення напруження границі текучості σ_y^t , МПа		Похибка визначення напруження δ_σ , %	
		Запропонована ймовірнісна модель	Моделі Джонсона-Кука [6]	Запропонована ймовірнісна модель	Моделі Джонсона-Кука [6]
10^{-4}	225	221	143	2%	36%
10^{-3}	230	262	188	14%	18%
5×10^{-2}	300	325	263	8%	12%
1	350	370	321	6%	8%

Таким чином, крива 1 на рис. 3, а враховує залежність модуля Юнга від швидкості деформації $\dot{\epsilon}$ відповідно до рівняння (14). Використовувані для розрахунку ймовірностей руйнування різних типів зв'язків між структурними елементами матеріалу за формулами (1-5) максимально допустимі частоти коливань часток матеріалу ω_x^{eq} залежно від відносної деформації ϵ_x приведені на рис. 3, б, причому крива 1 відповідає нормальним модам коливань, що впливають переважно на пошкодження і руйнування нормальних зв'язків, а крива 2 – поперечним модам коливань, що впливають переважно на пошкодження і руйнування дотичних зв'язків між структурними елементами матеріалу. Як видно з рис. 3, б, частота таких коливань при зростанні відносної деформації зменшується, що має свій безпосередній вплив на результуючі ймовірності руйнування. При досягненні відносної деформації текучості дані частоти стабілізуються, а отже, цим пояснюється і результуюча стабілізація напружень σ_x і типу пошкодження, а саме пластичного течіння, на подальшій ділянці дослідженого діапазону відносних деформацій.

Аналіз даних табл. 2 і графіків рис. 1, б, в показує, що із застосуванням розробленої ймовірнісної моделі для визначення напружено-деформованого стану матеріалу під дією динамічного навантаження вдалося на основі загальнофізичних параметрів матеріалу, таких як швидкість розповсюдження звукових коливань і параметри атомарної решітки, змоделювати залежний від швидкості докладання деформації напружено-деформований стан матеріалу та не лише спрогнозувати принциповий перехід від пружного до пластичного деформування, отримати досить близькі до експериментальних даних величини відносної деформації та напружень границі текучості, але і було показано збіжність, тобто зменшення абсолютного значення, величини похибки останніх відносно експерименту при наближенні до границі дослідженого діапазону швидкостей деформації $\dot{\epsilon}$.

Висновки

Проведено моделювання впливу швидкості деформації на напружено-деформований стан матеріалу із застосуванням запропонованої ймовірнісної моделі, що заснована на принципі врахування ймовірностей розриву і відновлення зв'язків між структурними частинками матеріалу. Показано принципову застосовність розробленої ймовірнісної моделі для моделювання зміцнення матеріалу при зростанні швидкості деформації, а також переваги її застосування порівняно із традиційною феноменологічною моделлю Джонсона-Кука для дослідженого діапазону швидкостей деформації з точки зору зменшення величини похибки розрахунку відносно експериментальних даних. Розроблена ймовірнісна модель дає можливість змоделювати близьке до відомого із ек-

периментальних досліджень зростання напруження границі текучості при зростанні швидкості деформації при одновісному розтязі, нелінійне зростання модулю пружності першого роду, спрогнозувати принциповий перехід від пружного до пластичного деформування при відносній деформації, яка практично співпадає із експериментально визначеною відносною деформацією для границі текучості.

Література

- [1] Kocks U.F. Thermodynamics and kinetics of slip / U.F. Kocks, A.S. Argon, M.F. Ashby. – N.Y.: Pergamon Press, 1975. – 291 p. – № <http://kocks.ucsd.edu/docs/KAA.PDF>.
- [2] Zerilli F.J. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations / F.J. Zerilli, R.W. Armstrong // J. Appl. Phys. – 1987. – № 61. – p. 1816-1825. – № <https://doi.org/10.1063/1.338024>.
- [3] Liang R.Q. A critical review of experimental results and constitutive models for BCC and FCC metals over a wide range of strain rates and temperatures / R.Q. Liang, A.S. Khan // Int. J. Plast. – 1999. – № 15 (9). – p. 963-980. – № [https://doi.org/10.1016/S0749-6419\(99\)00021-2](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(99)00021-2).
- [4] Rusinek A. Shear testing of a sheet steel at wide range of strain rates and a constitutive relation with strain-rate and temperature dependence of the flow stress / A. Rusinek, J.R. Klepaczko // Int. J. Plast. – 2001. – № 17 (1). – p. 87-115. – № [https://doi.org/10.1016/S0749-6419\(00\)00020-6](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(00)00020-6).
- [5] Brünig M. Simulation of damage evolution in ductile metals undergoing dynamic loading conditions / M. Brünig, S. Gerke // Int. J. Plast. – 2011. – № 27 (10). – p. 1598-1617. – № <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2011.02.003>.
- [6] Johnson G.R. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures / G.R. Johnson, W.H. Cook // Proceedings of the 7th international symposium on ballistics : American Defense Preparedness Association, 1983. – p. 541-547. – № <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.04.053>.
- [7] Khan A.S. Experimental and theoretical study of mechanical behavior of 1100 aluminum in the strain rate range 10^5 to 10^4 s⁻¹ / A.S. Khan, S. Huang // Int. J. Plast. – 1992. – № 8. – p. 397-424. – № [https://doi.org/10.1016/0749-6419\(92\)90057-J](https://doi.org/10.1016/0749-6419(92)90057-J).
- [8] Kajberg J. Material characterization using high-temperature split Hopkinson pressure bar / J. Kajberg, K.G. Sundin // J. Mater. Process. Technol. – 2013. – № 213 (4). – p. 522-531. – № <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2012.11.008>.
- [9] Walley S.M. A study of the rapid deformation behaviour of a range of polymers / S.M. Walley, J.E. Field, P.H. Pope, N.A. Stafford // Phil. Trans. R. Soc. of L. A. – 1989. – № 328. – p. 1-33. – № <https://doi.org/10.1098/rsta.1989.0020>.
- [10] Weeks C.A. Nonlinear rate dependent response of thick-section composite laminates / C.A. Weeks, C.T. Sun // ASME. – 1995. – vol. 48. – p. 81-85. – № <http://docs.lib.purdue.edu/dissertations/AAI9622786/>.

- [11] Cowper G.R. Strain hardening and strain rate effects in impact loading of cantilever beams / G.R. Cowper, P.S. Symonds // ONR contract No. 562(10). – Division of Engineering, Brown University. – Tech report no. 28. – 1957. – 52 p. – № <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/144762.pdf>.
- [12] Hufenbach W. Experimental determination of the strain rate dependent out-of-plane shear properties of textile-reinforced composites / W. Hufenbach, A. Langkamp, A. Hornig, C. Ebert // ICCM-17 : 17th Int. Conf. on Composite Materials, 27-31 July 2009, Edinburgh, UK : Conf. Proc. – 2009. – p. 1-9. – № <http://www.iccm-central.org/Proceedings/ICCM17proceedings>.
- [13] Gude M. Characterisation and simulation of the strain rate dependent material behaviour of novel 3D textile reinforced composites / M. Gude, C. Ebert, A. Langkamp, W. Hufenbach // ECCM-13 : European Conf. on Composite Materials , 2-5 June 2008, Stockholm, Sweden : Conf. Proc. – 2008. – p. 1-15. – № http://extra.ivf.se/eccm13_programme/abstracts/1205.pdf.
- [14] Hufenbach W. Strain rate dependent low velocity impact response of layerwise 3D-reinforced composite structures / W. Hufenbach, M. Gude, C. Ebert, M. Zscheyge, A. Hornig // Int. J. Impact Eng. – 2011. – № 38. – p. 358-368. – № <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.12.004>.
- [15] Gerlach R. Experimental characterisation and constitutive modelling of RTM-6 resin under impact loading / R. Gerlach, C.R. Siviour, N. Petrinic, J. Wiegand // Polymer. – 2008. – № 49(11). – p. 2728-37. – № <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2008.04.018>.
- [16] Astanin V.V. Probability approach to the problem of impact-induced damage simulation of composite plates / V.V. Astanin, A.A. Shchegel // Strength Mater. – 2017. – vol. 49. – № 2. – p. 280-291. – № <https://doi.org/10.1007/s11223-017-9868-2>.
- [17] Astanin V.V. Numerical simulation of stresses and deformations of simple composite elements using probabilistic approach (in Ukrainian) / V.V. Astanin, O.I. Olefir, G.O. Shchegel, A.O. Olefir // Technol. Syst. – 2017. – № 1(78). – p. 41-52. – № http://technological-systems.com/images/journal/2017/files/ts78_1.pdf.
- [18] Astanin V.V. Probabilistic modeling of physical damage processes of fiber-reinforced composite plates under dynamic loading / V.V. Astanin, G.O. Shchegel // Sci. J. of the Ternopil Nat. Techn. Univ. (Mech. and Material Sci.). – 2016. – № 2(82). – c. 7-22. – № <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/123456789/17835>.
- [19] Astanin V. Probabilistic approach to damage modeling of aviation composite materials / V. Astanin, O. Olefir, G. Shchegel, A. Olefir // EUCASS-2017 : 7th European Conf. for Aeronautics and Space Sciences, 3-6 July 2017, Milan, Italy : Conf. Proc. – 2017. – p. SM.384.1-14. – № <https://www.eucass.eu/doi/EUCASS2017-384.pdf>.
- [20] Ayadia S. Effect of loading mode on blistering in iron submitted to plastic prestrain before hydrogen cathodic charging / S. Ayadia, Y. Charles, M. Gasperini, I. Caron Lemaire, T. Da Silva Botelho // Int. J. of Hydrogen Energy. – 2017. – vol. 42. – № 15. – p. 10555-10567. – № <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2017.02.048>.
- [21] Munoz Bolanos J.A. Strain hardening behavior of ARMCO iron processed by ECAP / J.A. Munoz Bolanos, O.F. Higuera Cobos, J.M. Cabrera Marrero // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2014. – vol. 63. – № 012143. – p. 1-8. – № <https://doi.org/10.1088/1757-899X/63/1/012143>.

Astanin V. V., Olefir O. I., Shchegel G. O., Olefir A. O.

National Aviation University. Ukraine, Kiev

PROBABILISTIC MODELING OF STRAIN RATE INFLUENCE ON MATERIAL STRESSES AND DEFORMATIONS

Probabilistic model of the influence of strain rate on the material stress-strain state is proposed. Its applicability is shown to calculate the transition from elastic to plastic deformations, the corresponding strains and yield strengths and their dependance on the deformation rate, as well as the advantages of its application in comparison with a traditional phenomenological model in terms of reducing the error of calculations with respect to experimental data. [dx.doi.org/10.29010/081.3]

Keywords: strain rate; stress-strain curve; probabilistic damage model; metal matrix composites.

References

- [1] Kocks U.F. Thermodynamics and kinetics of slip / U.F. Kocks, A.S. Argon, M.F. Ashby. – N.Y.: Pergamon Press, 1975. – 291 p. – № <http://kocks.ucsd.edu/docs/KAA.PDF>.
- [2] Zerilli F.J. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations / F.J. Zerilli, R.W. Armstrong // *J. Appl. Phys.* – 1987. – № 61. – p. 1816-1825. – № <https://doi.org/10.1063/1.338024>.
- [3] Liang R.Q. A critical review of experimental results and constitutive models for BCC and FCC metals over a wide range of strain rates and temperatures / R.Q. Liang, A.S. Khan // *Int. J. Plast.* – 1999. – № 15 (9). – p. 963-980. – № [https://doi.org/10.1016/S0749-6419\(99\)00021-2](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(99)00021-2).
- [4] Rusinek A. Shear testing of a sheet steel at wide range of strain rates and a constitutive relation with strain-rate and temperature dependence of the flow stress / A. Rusinek, J.R. Klepaczko // *Int. J. Plast.* – 2001. – № 17 (1). – p. 87-115. – № [https://doi.org/10.1016/S0749-6419\(00\)00020-6](https://doi.org/10.1016/S0749-6419(00)00020-6).
- [5] Brüning M. Simulation of damage evolution in ductile metals undergoing dynamic loading conditions / M. Brüning, S. Gerke // *Int. J. Plast.* – 2011. – № 27 (10). – p. 1598-1617. – № <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2011.02.003>.
- [6] Johnson G.R. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures / G.R. Johnson, W.H. Cook // *Proceedings of the 7th international symposium on ballistics : American Defense Preparedness Association*, 1983. – p. 541-547. – № <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.04.053>.
- [7] Khan A.S. Experimental and theoretical study of mechanical behavior of 1100 aluminum in the strain rate range 10^4 to 10^4 s⁻¹ / A.S. Khan, S. Huang // *Int. J. Plast.* – 1992. – № 8. – p. 397-424. – № [https://doi.org/10.1016/0749-6419\(92\)90057-J](https://doi.org/10.1016/0749-6419(92)90057-J).
- [8] Kajberg J. Material characterization using high-temperature split Hopkinson pressure bar / J. Kajberg, K.G. Sundin // *J. Mater. Process. Technol.* – 2013. – № 213 (4). – p. 522-531. – № <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2012.11.008>.
- [9] Walley S.M. A study of the rapid deformation behaviour of a range of polymers / S.M. Walley, J.E. Field, P.H. Pope, N.A. Stafford // *Phil. Trans. R. Soc. of L. A.* – 1989. – № 328. – p. 1-33. – № <https://doi.org/10.1098/rsta.1989.0020>.
- [10] Weeks C.A. Nonlinear rate dependent response of thick-section composite laminates / C.A. Weeks, C.T. Sun // *ASME*. – 1995. – vol. 48. – p. 81-85. – № <http://docs.lib.purdue.edu/dissertations/AAI9622786/>.
- [11] Cowper G.R. Strain hardening and strain rate effects in impact loading of cantilever beams / G.R. Cowper, P.S. Symonds // *ONR contract No. 562(10)*. – Division of Engineering, Brown University. – Tech report no. 28. – 1957. – 52 p. – № <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/144762.pdf>.
- [12] Hufenbach W. Experimental determination of the strain rate dependent out-of-plane shear properties of textile-reinforced composites / W. Hufenbach, A. Langkamp, A. Hornig, C. Ebert // *ICCM-17 : 17th Int. Conf. on Composite Materials*, 27-31 July 2009, Edinburgh, UK : *Conf. Proc.* – 2009. – p. 1-9. – № <http://www.iccm-central.org/Proceedings/ICCM17proceedings>.
- [13] Gude M. Characterisation and simulation of the strain rate dependent material behaviour of novel 3D textile reinforced composites / M. Gude, C. Ebert, A. Langkamp, W. Hufenbach // *ECCM-13 : European Conf. on Composite Materials*, 2-5 June 2008, Stockholm, Sweden : *Conf. Proc.* – 2008. – p. 1-15. – № http://extra.ivf.se/eccm13_programme/abstracts/1205.pdf.
- [14] Hufenbach W. Strain rate dependent low velocity impact response of layerwise 3D-reinforced composite structures / W. Hufenbach, M. Gude, C. Ebert, M. Zschehyge, A. Hornig // *Int. J. Impact Eng.* – 2011. – № 38. – p. 358-368. – № <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.12.004>.
- [15] Gerlach R. Experimental characterisation and constitutive modelling of RTM-6 resin under impact loading / R. Gerlach, C.R. Siviour, N. Petrinic, J. Wiegand // *Polymer*. – 2008. – № 49(11). – p. 2728-37. – № <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2008.04.018>.
- [16] Astanin V.V. Probability approach to the problem of impact-induced damage simulation of composite plates / V.V. Astanin, A.A. Shchegel // *Strength Mater.* – 2017. – vol. 49. – № 2. – p. 280-291. – № <https://doi.org/10.1007/s11223-017-9868-2>.
- [17] Astanin V.V. Numerical simulation of stresses and deformations of simple composite elements using probabilistic approach (in Ukrainian) / V.V. Astanin, O.I. Olefir, G.O. Shchegel, A.O. Olefir // *Technol. Syst.* – 2017. – № 1(78). – p. 41-52. – № http://technological-systems.com/images/journal/2017/files/ts78_1.pdf.
- [18] Astanin V.V. Probabilistic modeling of physical damage processes of fiber-reinforced composite plates under dynamic loading / V.V. Astanin, G.O. Shchegel // *Sci. J. of the Ternopil Nat. Techn. Univ. (Mech. and Material Sci.)*. – 2016. – № 2(82). – c. 7-22. – № <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/123456789/17835>.
- [19] Astanin V. Probabilistic approach to damage modeling of aviation composite materials / V. Astanin, O. Olefir, G. Shchegel, A. Olefir // *EUCASS-2017 : 7th European Conf. for Aeronautics and Space Sciences*, 3-6 July 2017, Milan, Italy : *Conf. Proc.* – 2017. – p. SM.384.1-14. – № <https://www.eucass.eu/doi/EUCASS2017-384.pdf>.
- [20] Ayadia S. Effect of loading mode on blistering in iron submitted to plastic prestrain before hydrogen cathodic charging / S. Ayadia, Y. Charles, M. Gasperini, I. Caron Lemaire, T. Da Silva Botelho // *Int. J. of Hydrogen Energy*. – 2017. – vol. 42. – № 15. – p. 10555-10567. – № <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2017.02.048>.
- [21] Munoz Bolanos J.A. Strain hardening behavior of ARMCO iron processed by ECAP / J.A. Munoz Bolanos, O.F. Higuera Cobos, J.M. Cabrera Marrero // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* – 2014. – vol. 63. – № 012143. – p. 1-8. – № <https://doi.org/10.1088/1757-899X/63/1/012143>.