

Шатіхін В.Є.¹, Семенов Л.П.¹, Артеменко Ю.Г.², Попель В.М.², Хорошилов В.С.², Костенко Г.А.²,
 Мариношенко О.П.³, Федоренко В.О.³

¹ Національне космічне агентство України. Україна, Київ.

² Державне конструкторське бюро "Південне" ім. М.К. Янгеля. Україна, Дніпропетровськ.

³ Державне науково-виробниче підприємство "Символ". Україна, Київ

ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КАРКАСІВ СОНЯЧНИХ БАТАРЕЙ МЕТОДОМ МОЖЛИВИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ

Анотація

В статті розглянуто застосування методу (принципу) можливих переміщень для визначення динамічних характеристик каркасів панелей сонячних батарей. Представлено теоретичне обґрунтування та умови застосування цього методу. Розглянуто переваги застосування принципу можливих переміщень у порівнянні з іншими методами для визначення пружних коливань каркасів панелей сонячних батарей. Представлено подальші напрямки розвитку принципу можливих переміщень для досліджень динамічних характеристик виносних конструкцій космічного апарата.

Abstract

Use of the virtual work principle for determination of dynamic characteristics of the solar array frameworks is reviewed in the article. Theoretical substantiation and conditions for application of this method are also represented.

We review the advantages of the virtual work principle use in comparison with other methods for determination of elastic vibrations of the solar array frameworks. Further directions of the virtual work principle development for investigation of the dynamic characteristics of the spacecraft (SC) offset structures are also represented.

Вступ

Представлена стаття є продовженням серії публікацій щодо застосування принципу можливих переміщень (ПМП) для дослідження характеристик напруженого і деформованого станів крила літального апарата та інших виносних конструкцій [11, 16]. На відміну від попередніх публікацій ця стаття формулює принципи варіаційного співвідношення для дослідження динамічних характеристик каркасів панелей сонячних батарей (СБ) космічного апарата дистанційного зондування Землі (КА ДЗЗ).

Метою статті є визначення характеристик деформованого і напруженого станів каркасів панелей СБ для кількісної оцінки їх пружних коливань, які враховуються при аналізі руху КА, розрахунках на міцність, динамічних характеристиках приводу СБ тощо.

Застосування ПМП не замінює застосування інших методів, які широко використовуються при моделюванні динамічних процесів виносних підконструкцій КА – метод кінцевих елементів, метод кінцевих різниць, метод Бубнова – Галеркіна та інші, використання яких доцільне

та ефективно для дослідження напруженого стану панелей СБ як при нормальних режимах експлуатації, так і при значних експлуатаційних навантаженнях – під час пуску, виведення на орбіту, нештатних ситуаціях тощо.

Проте, необхідно відмітити, що для великих складних виносних конструкцій, до яких можна віднести великі (автотранспортувальні) конструкції каркасів панелей СБ, особливо для режимів роботи з незначним запасом міцності, виникають складності, що пов'язані із застосуванням зазначених методів. А саме – ці методи перш за все моделюють конструкцію представлення її функціями стану низькочастотними гармоніками. Тому ці моделі більш точно описують динамічні якості каркасів панелей СБ в нижній частині спектру коливань. Високочастотні складові зовнішніх навантажень або керуючі навантаження можуть взаємодіяти з неврахованими високочастотними модами та зумовлювати резонансні явища. Висока густина низькочастотної частини спектру також ускладнює застосування "традиційних" механіко-математичних моделей [3].

Тому, враховуючи викладене, в окремих випадках доцільне використання більш точного континуального підходу, а саме – ПМП, що забезпечує в кінцевому випадку визначення необхідних динамічних характеристик каркасів панелей СБ під час експлуатації КА та дає можливість більш повно враховувати його внутрішню структуру. Зазначений метод може бути застосовано, зокрема, для досліджень пружних коливань панелей СБ або інших виносних елементів КА ДЗЗ малої жорсткості, які необхідно враховувати для оцінки технічних характеристик високоточної апаратури спостереження Землі.

Більша точність цього методу забезпечується завдяки тому, що зазначений підхід дозволяє описати коливальні процеси із застосуванням нелінійних диференціальних рівнянь [11, 16].

В статті розглядається застосування ПМП для дії аеродинамічного та гравітаційних впливів, оскільки дія цих факторів на каркас СБ є переважаючою у порівнянні з дією світового тиску та магнітної взаємодії для КА ДЗЗ із висотами польоту від 300 до 700 км [7]. Незважаючи на відміну умов взаємодії крила літака та панелі КА з навколишнім простором [7], універсальність ПМП дозволяє застосувати цей метод для досліджень виносних конструкцій КА ДЗЗ.

Застосування ПМП в кінцевому випадку дозволяє отримати формули для визначення компонент тензорів деформацій і напружень в довільних точках каркасів

панелей СБ. Використовуючи вказаний підхід, виведемо різні варіанти рівнянь руху елемента каркасу.

В загальному вигляді тіло, що досліджується, може бути неоднорідним та змінними інерційними і жорсткісними характеристиками [11, 16]. Проте для цього дослідження достатньо, що каркас трактується як плоске тіло з однорідного матеріалу та сталими по довжині масово-інерційними та жорсткісними характеристиками. Однорідність матеріалу каркасів панелей СБ означає, що встановлено приведений модуль Юнга для матеріалів панелей та заповнювача каркасів.

Вздовж розмаху каркасу профілі його вважаємо подібними; для формулювання характеристик напружено-деформованого стану та методів розрахунку пропонується використовувати підходи (в загальному нелінійної) теорії пружності однорідних матеріалів. Насамперед необхідно відмітити, що розглядаються так звані абстрактні каркаси, тобто каркаси довільної форми і розмірів, з яких можна отримати конкретні існуючі в практиці типи каркасів панелей СБ.

В дослідженнях здійснюється приведення задачі до динамічного деформування консольної балки однорідного матеріалу з приведеними механічними характеристиками, в припущенні, що в ній виникають взаємозв'язані поперечні згинні, крутильні коливання. Для розрахунку вказаної механічної системи і пропонується використовувати ПМП.

Формулювання ПМП стосовно задач динаміки каркасів панелей СБ

Дослідження здійснюємо за аналогією попередньої роботи [11]. Розглядаємо елемент каркасу, на який діють зовнішні навантаження, які викликані відповідно до викладених вище припущень аеродинамічною та гравітаційними діями. Розглянемо системи відліку в каркасі, які приведені на рис 1.

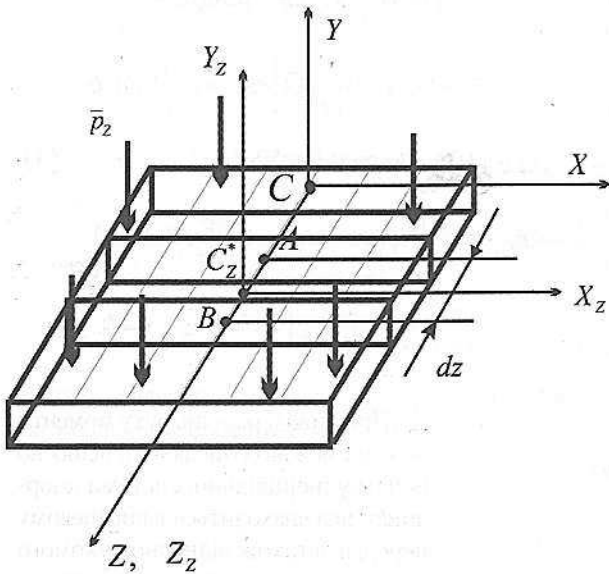


Рис. 1. Системи відліку елемента каркасу панелей СБ

Під дією зовнішніх сил панель динамічно деформується; зовнішні навантаження наближено замінємо інтегральними силовими характеристиками, які прикладаються до осі C_z .

Виріжемо нормальними до осі C_z перерізами елемент каркасу. Головний вектор зусиль, який прикладається до точок осі C_z позначимо через \vec{T}^Z . Вектор \vec{T}^Z виникає за рахунок внутрішніх напружень в елементах перерізу; відповідний момент позначаємо через \vec{M}_{C_z} . Приведені інтегральні силові характеристики від дії зовнішнього навантаження позначимо через \vec{p}_z та моментні через \vec{m}_z . В результаті до відрізка АВ прикладається система сил, яка вказана на рис. 2.

Застосуємо до розглядуваної системи ПМП: вважаємо, що система знаходиться в "рівновазі" в момент часу t , що розглядається, (геометрична сума зовнішніх сил, сил інерції повинна дорівнювати нулю; сума моментів також повинна дорівнювати нулю) [9, 17]. При вказаних умовах надаємо системі можливі $\delta \vec{u}_0$ і кутові $\delta \vec{\Omega}$ переміщення, де $\vec{\Omega}$ – вектор кутів нескінченно малого повороту виділеного елемента навколо осі, що проходить через його центр мас.

Тоді елементарна робота внутрішніх сил при можливих переміщеннях повинна дорівнювати сумі елементарних робіт зовнішніх зусиль.

$$\delta A^e = \delta A^i \quad (1)$$

Елементарна робота δA^e зовнішніх зусиль, що прикладені до елемента каркасу, обчислюється за формулою:

$$\delta A^e = \int_0^l \vec{p}_z \delta \vec{u}_0 dz + \int_0^l \vec{m}_z \delta \vec{\Omega} dz - \int_0^l \rho^* \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} \delta \vec{u}_0 dz + \int_0^l \frac{\partial}{\partial t} \vec{K}_{C_z} \delta \vec{\Omega} dz + \vec{F}_0 \delta \vec{u}_0|_{z=0} + \vec{F}_l \delta \vec{u}_0|_{z=l} + \vec{M}_0 \delta \vec{\Omega}|_{z=0} + \vec{M}_l \delta \vec{\Omega}|_{z=l} \quad (2)$$

де ρ^* – погонна маса каркасу;

\vec{K}_{C_z} – кінетичний момент виділеного елемента каркасу [16];

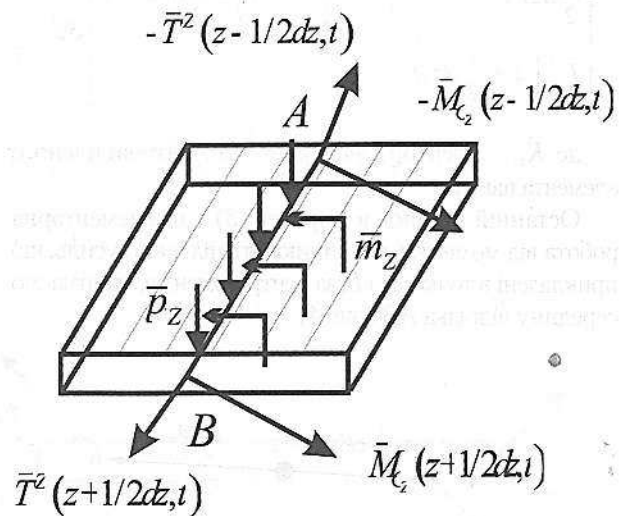


Рис. 2. Система сил прикладених до осі АВ

\vec{F}_0, \vec{F}_L – граничні сили;

\vec{M}_0, \vec{M}_L – граничні моменти.

$\vec{F}_0 \delta \vec{u}_0|_{z=0} + \vec{F}_L \delta \vec{u}_0|_{z=L} + \vec{M}_0 \delta \vec{\Omega}|_{z=0} + \vec{M}_L \delta \vec{\Omega}|_{z=L}$ – робота граничних сил \vec{F}_0, \vec{F}_L і моментів \vec{M}_0, \vec{M}_L на можливих переміщеннях.

Для обчислення виразу δA^i – (елементарної роботи внутрішніх сил) розглядаємо виділений елемент каркасу, відрізок якого позначаємо через АВ (рис. 3); напрямки можливих переміщень точок А і В зображені на цьому рисунку стрілкою.

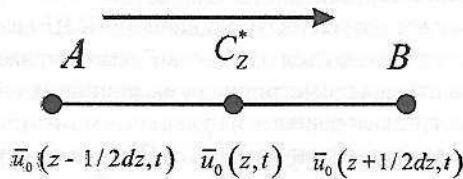


Рис. 3. Переміщення точок осі виділеного елемента панелі

Обчислюємо суму елементарних робіт сил і моментів, прикладених до відрізка АВ [17]:

$$\delta A = \delta \vec{F} \delta \vec{r} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & -\vec{T}^z \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) \delta \vec{u}_0 \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) + \\ & \vec{T}^z \left(z + \frac{1}{2} dz, t \right) \delta \vec{u}_0 \left(z + \frac{1}{2} dz, t \right) + \vec{p}_z dz \delta \vec{u}_0 + \\ & \vec{M}_{C_z} \left(z + \frac{1}{2} dz, t \right) \delta \vec{\Omega} \left(z + \frac{1}{2} dz, t \right) - \\ & \vec{M}_{C_z} \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) \delta \vec{\Omega} \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) + \vec{m}_z dz \delta \vec{\Omega} dz - \\ & \rho * \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} dz \delta \vec{u}_0 - \frac{\partial}{\partial t} \vec{K}_{C_z} dz \delta \vec{\Omega} dz + \\ & \left[\frac{1}{2} dz \vec{k}_z^* \times \left(-\vec{T}^z \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) \right) + \frac{1}{2} dz \vec{k}_z^* \times \right. \\ & \left. \vec{T}^z \left(z + \frac{1}{2} dz, t \right) \right] \delta \vec{\Omega} \end{aligned}$$

де \vec{K}_{C_z} – вектор кінетичного моменту виділеного елемента панелі.

Останній доданок в формулі (3) – це елементарна робота від моментів, які виникають під дією зусиль, що прикладені в точках А і В; за центр моментів, приймаємо середину відрізка АВ (рис 4).

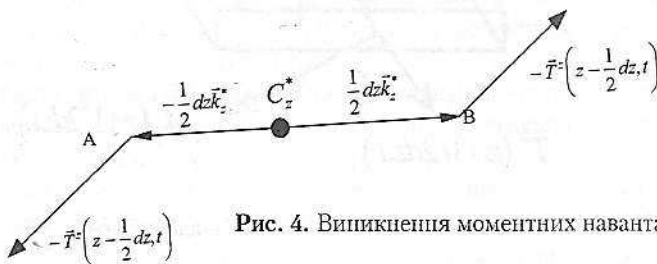


Рис. 4. Вишикнення моментних навантажень

Використаємо формулу Тейлора [4, 12] і спростимо вираз (3), при цьому будемо відкидати доданки з множниками dz^2 порівняно з величинами першого порядку.

$$\begin{aligned} \vec{T}^z \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) &= \vec{T}^z(z, t) - \frac{\partial \vec{T}^z(z, t)}{\partial z} \frac{1}{2} dz + \dots \\ \delta \vec{u}_0 \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) &= \delta \vec{u}_0(z, t) - \frac{\partial \delta \vec{u}_0(z, t)}{\partial z} \frac{1}{2} dz + \dots \\ -\vec{T}^z \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) \delta \vec{u}_0 \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) &= \\ \left(-\vec{T}^z(z, t) + \frac{\partial \vec{T}^z(z, t)}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) \left(\delta \vec{u}_0(z, t) - \frac{\partial \delta \vec{u}_0(z, t)}{\partial z} \frac{1}{2} dz \right) &\approx \\ -\vec{T}^z(z, t) \delta \vec{u}_0 dz + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \vec{T}^z(z, t)}{\partial z} \delta \vec{u}_0 + \vec{T}^z(z, t) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 \right) dz^2. \end{aligned}$$

Аналогічно другий доданок:

$$\begin{aligned} \vec{T}^z \left(z + \frac{1}{2} dz, t \right) \delta \vec{u}_0 \left(z + \frac{1}{2} dz, t \right) &\approx \\ \vec{T}^z(z, t) \delta \vec{u}_0 dz + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \vec{T}^z(z, t)}{\partial z} \delta \vec{u}_0 + \vec{T}^z(z, t) \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 \right) dz^2. \end{aligned}$$

Сума цих доданків в кінцевому вигляді буде мати вигляд:

$$\frac{\partial \vec{T}^z(z, t)}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz^2 + \vec{T}^z(z, t) \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz^2.$$

Реалізуємо очевидні спрощення:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} dz \vec{k}_z^* \times \left(-\vec{T}^z \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) \right) + \frac{1}{2} dz \vec{k}_z^* \times \left(z - \frac{1}{2} dz, t \right) \right] \delta \vec{\Omega} \\ & \approx \left(dz \vec{k}_z^* \times \vec{T}^z(z, t) \right) \delta \vec{\Omega} \end{aligned}$$

Тоді вираз (3) представляємо у вигляді:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \vec{T}^z(z, t)}{\partial z} \delta \vec{u}_0 + \vec{T}^z(z, t) \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 \right) dz + \vec{p}_z \delta \vec{u}_0 dz + \\ & \left(\frac{\partial \vec{M}_{C_z}(z, t)}{\partial z} \delta \vec{\Omega} + \vec{M}_{C_z}(z, t) \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{\Omega} \right) dz - \rho * \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} \delta \vec{u}_0 dz - \\ & \frac{\partial}{\partial t} \vec{K}_{C_z} \delta \vec{\Omega} dz + \left(\vec{k}_z^* \times \vec{T}^z \right) \delta \vec{\Omega} dz + \vec{m}_z \delta \vec{\Omega} dz = \quad (4) \\ & \left(\frac{\partial \vec{T}^z}{\partial z} + \vec{p}_z - \rho * \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} \delta \vec{u}_0 dz \right) \delta \vec{u}_0 dz + \vec{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz + \\ & \left(\frac{\partial \vec{M}_{C_z}}{\partial z} + \vec{k}_z^* \times \vec{T}^z + \vec{m}_z - \frac{\partial}{\partial t} \vec{K}_{C_z} \right) \delta \vec{\Omega} dz + \frac{\partial \vec{M}_{C_z}}{\partial z} \delta \vec{\Omega} dz \end{aligned}$$

При виводі рівнянь руху моменти всіх сил можна обчислювати відносно початку інерціальної системи координат, яка знаходиться в кореневому перерізі, а також відносно рухомого центру моментів – точкою C_z^* . Виходячи з цього для обчислення моментів

від дії внутрішніх сил необхідно враховувати наступну формулу [17]:

$$\vec{M}_0 = \vec{M}_c + \vec{r}_c \times \vec{F}. \quad (5)$$

Таким чином, до виразу (4) необхідно справа додати наступний вираз:

$$\left(\vec{r}_{c_z} \times \frac{\partial \vec{T}^z}{\partial z} dz \right) \delta \bar{\Omega} + \left(\vec{r}_{c_z} \times \vec{T}^z \right) \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz$$

Співвідношення (4) прийме наступний вид:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \vec{T}^z(z,t)}{\partial z} \delta \vec{u}_0 + \vec{T}^z(z,t) \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 \right) dz + \vec{p}_z \delta \vec{u}_0 dz + \\ & \left(\frac{\partial \vec{M}_{c_z}(z,t)}{\partial z} \delta \bar{\Omega} + \vec{M}_{c_z}(z,t) \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} \right) dz + \vec{m}_z \delta \bar{\Omega} dz - \\ & \rho^* \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} \delta \vec{u}_0 dz - \frac{\partial}{\partial t} \vec{K}_{c_z} \delta \bar{\Omega} dz + \left(\vec{k}_z^* \times \vec{T}_z \right) \delta \bar{\Omega} dz = \\ & \left(\frac{\partial \vec{T}_z}{\partial z} + \vec{p}_z - \rho^* \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} \right) \delta \vec{u}_0 dz + \vec{M}_{c_z} \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz + \\ & \vec{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz + \left(\frac{\partial \vec{M}_{c_z}}{\partial z} + \vec{k}_z^* \times \vec{T}_z + \vec{m}_z - \frac{\partial}{\partial t} \vec{K}_{c_z} \right) \delta \bar{\Omega} dz + \\ & \left(\vec{r}_{c_z} \times \vec{T}^z \right) \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz + \left(\vec{r}_{c_z} \times \frac{\partial \vec{T}^z}{\partial z} dz \right) \delta \bar{\Omega}. \end{aligned} \quad (6)$$

В силу означення можливих переміщень вираз

$\rho^* \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} \delta \vec{u}_0 dz$ дорівнює нулеві, оскільки це стосується роботи зовнішніх сил. Отже, вираз для елементарної роботи внутрішніх сил буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} \delta A' = & \int_0^l \vec{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz + \int_0^l \vec{M}_{c_z} \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz + \\ & \int_0^l \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\vec{r}_{c_z} \times \frac{\partial \vec{T}^z}{\partial z} \right) \delta \bar{\Omega} + \left(\vec{r}_{c_z} \times \vec{T}^z \right) \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz \right] \end{aligned} \quad (7)$$

Після спрощень маємо:

$$\begin{aligned} \delta A' = & \int_0^l \vec{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz + \int_0^l \vec{M}_{c_z} \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz + \\ & \int_0^l \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\vec{r}_{c_z} \times \frac{\partial \vec{T}^z}{\partial z} \right) \delta \bar{\Omega} \right] dz - \int_0^l \left(\vec{T}^z \times \frac{\partial \vec{r}_{c_z}}{\partial z} \right) \delta \bar{\Omega} dz \end{aligned} \quad (8)$$

Враховуючи, що $\frac{\partial \vec{r}_{c_z}}{\partial z} \approx \vec{k}_z^*$, запишемо остаточний вираз для елементарної роботи внутрішніх сил, які діють на виділений елемент каркасу:

$$\begin{aligned} \delta A' = & \int_0^l \vec{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz + \int_0^l \vec{M}_{c_z} \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz - \\ & \int_0^l \left(\vec{T}^z \times \vec{k}_z^* \right) \delta \bar{\Omega} dz + \int_0^l \left(\vec{r}_{c_z} \times \vec{T}^z \right) \delta \bar{\Omega} dz \end{aligned} \quad (9)$$

Звернемо увагу, що вирази $\int_0^l \vec{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz$, $\int_0^l \vec{M}_{c_z} \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz$ можна перетворити з урахуванням властивостей похідної добутку [12] наступним чином:

$$\begin{aligned} \int_0^l \vec{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz = & \int_0^l \left[\frac{\partial}{\partial z} (\vec{T}^z \delta \vec{u}_0) - \frac{\partial \vec{T}^z}{\partial z} \delta \vec{u}_0 \right] dz, \\ \int_0^l \vec{M}_{c_z} \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz = & \int_0^l \left[\frac{\partial}{\partial z} (\vec{M}_{c_z} \delta \bar{\Omega}) - \frac{\partial \vec{M}_{c_z}}{\partial z} \delta \bar{\Omega} \right] dz \end{aligned} \quad (10)$$

Таким чином, з урахуванням наведених вище виразів для елементарних робіт внутрішніх і зовнішніх сил, прикладених до виділеного елемента каркасу, та з урахуванням елементарної роботи крайових сил і моментів, маємо наступне формулювання ПМП.

$$\begin{aligned} & \int_0^l \vec{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \vec{u}_0 dz + \int_0^l \vec{M}_{c_z} \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega} dz - \\ & \int_0^l \left(\vec{T}^z \times \vec{k}_z^* \right) \delta \bar{\Omega} dz + \int_0^l \left(\vec{r}_{c_z} \times \vec{T}^z \right) \delta \bar{\Omega} dz = \\ & \int_0^l \vec{p}_z \delta \vec{u}_0 dz - \int_0^l \rho^* \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} \delta \vec{u}_0 dz - \int_0^l \frac{\partial}{\partial t} \vec{K}_{c_z} \delta \bar{\Omega} dz + \\ & \int_0^l \vec{m}_z \delta \bar{\Omega} dz + \vec{F}_0 \delta \vec{u}_0|_{z=0} + \vec{F}_L \delta \vec{u}_0|_{z=L} + \\ & \vec{M}_0 \delta \bar{\Omega}|_{z=0} + \vec{M}_L \delta \bar{\Omega}|_{z=L} \end{aligned} \quad (11)$$

В ПМП, який розглядається в статті, для загальності додано елементарні роботи деяких сил і моментів, які діють в кореновому перерізі каркасу $z=0$ і на кінці його $z=L$, які будемо позначати \vec{F}_L , \vec{M}_L (рис. 5).

Використовуючи (4.2), тобто $-\delta A^* + \delta A' = 0$ та враховуючи співвідношення (4.11), отримаємо приведенний нижче вираз:

$$\begin{aligned} & \int_0^l \left(-\frac{\partial \vec{T}^z}{\partial t} - \vec{p}_z - \rho^* \frac{\partial^2 \vec{u}_0}{\partial t^2} \right) \delta \vec{u}_0 dz + \\ & \int_0^l \left(-\frac{\partial \vec{M}_{c_z}}{\partial z} - \vec{m}_z - \vec{k}_z^* \times \vec{T}^z + \frac{\partial \vec{K}_{c_z}}{\partial t} \right) \delta \bar{\Omega} dz + \\ & \left(\vec{r}_{c_z} \times \vec{T}^z \right) \delta \bar{\Omega} dz + \int_0^l \frac{\partial}{\partial z} \left(\vec{T}^z \delta \vec{u}_0 \right) + \\ & \int_0^l \frac{\partial}{\partial z} \left(\vec{M}_{c_z} \delta \bar{\Omega} \right) dz - \vec{F}_0 \delta \vec{u}_0|_{z=0} - \\ & \vec{F}_L \delta \vec{u}_0|_{z=L} - \vec{M}_0 \delta \bar{\Omega}|_{z=0} - \vec{M}_L \delta \bar{\Omega}|_{z=L} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

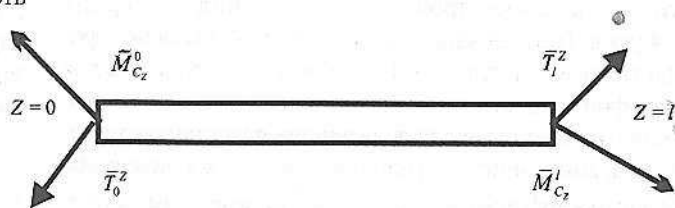


Рис. 5. Силі фактори на кінцях каркасу

Оскільки варіації $\delta \bar{u}_0$ та $\delta \bar{\Omega}$ – незалежні можливі переміщення, то рівність нулю в виразі (12) буде тоді і тільки тоді, коли вирази при вказаних варіаціях будуть дорівнювати нулеві [2, 6].

Як бачимо, з перших двох доданків одержуємо рівняння руху, а з решти їх – силові граничні умови.

Перетворимо співвідношення (12) до виду:

$$\int_0^l \left(\frac{\partial \bar{T}^z}{\partial t} + \bar{p}_z - \rho^* \frac{\partial^2 \bar{u}_0}{\partial t^2} \right) \delta \bar{u}_0 dz + \int_0^l \left(\frac{\partial \bar{M}_{C_z}}{\partial z} + \bar{m}_z + \bar{k}_z \times \bar{T}^z - \frac{\partial \bar{K}_{C_z}}{\partial t} \right) \delta \bar{\Omega} dz + (-\bar{T}^z + \bar{F}_0) \delta \bar{u}_0|_{z=0} + (\bar{T}^z - \bar{F}_L) \delta \bar{u}_0|_{z=L} + (-\bar{M}_{C_z} + \bar{M}_0) \delta \bar{\Omega}|_{z=0} + (\bar{M}_{C_z} - \bar{M}_L) \delta \bar{\Omega}|_{z=L} = 0 \quad (13)$$

Таким чином, одержуємо векторні рівняння руху виділеного елемента каркасу з виведеного вище ПМП.

$$\frac{\partial \bar{T}^z}{\partial t} + \bar{p}_z = \rho^* \frac{\partial^2 \bar{u}_0}{\partial t^2}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial \bar{M}_{C_z}}{\partial z} + \bar{m}_z + \bar{k}_z \times \bar{T}^z = \frac{\partial \bar{K}_{C_z}}{\partial t}$$

Таким чином, отримані вирази співпадають з рівняннями виділеного елемента каркасу, які можуть бути отриманими на основі відомих з курсу теоретичної механіки [17] теорем про зміну кількості руху та зміну кінетичного моменту. Це підтверджує правильність проведених вище досліджень та аналітичних перетворень щодо застосування ПМП в даному випадку.

Визначення динамічних характеристик каркасів сонячних батарей методом можливих переміщень

Визначення динамічних характеристик каркасів панелей СБ зводиться до вирішення рівнянь, що описують коливання балки, яка моделює поведінку каркасу з урахуванням викладених вище припущень. На основі отриманих рівнянь можна отримати ряд частинних варіантів, як лінійних, так і нелінійних, що дозволить здійснювати обчислення з високим ступенем точності.

Для розв'язання цієї конкретної задачі сформулюємо ПМП у скалярному вигляді. Для цього необхідно представити всі силові фактори (моменти, зусилля) розкладом через фізичні (реальні) компоненти, які відносяться до деформованого стану.

Оскільки орти \bar{i}^* , \bar{j}^* , \bar{k}^* в загальному не ортогональні, то це ускладнює процедуру обчислення скалярних добутоків. Тому спочатку силові фактори визначаємо через фіктивні зусилля, тобто ті, які відносяться до площадок недеформованого стану, де вказані орти взаємноортогональні. Для переходу до реальних фізичних величин можна використати матрицю напрямних косинусів між базисами деформованого \bar{i}^* , \bar{j}^* , \bar{k}^* та недеформованого \bar{i} , \bar{j} , \bar{k} станів каркасу СБ за аналогією базису дефор-

мованого та недеформованого станів крила літака відповідно до роботи [11].

Приймаючи все це до уваги покладаємо.

$$\bar{T}^z = N^* \bar{k}_z^* + Q_2^* \bar{j}_z^* = N \bar{k}_z + Q \bar{j}_z,$$

$$\bar{p}_z = \bar{p}_{z,z}^* \bar{k}_z^* + \bar{p}_{z,y}^* \bar{j}_z^* = p_{z,z} \bar{k}_z + p_{z,y} \bar{j}_z, \quad (15)$$

$$\bar{M}_{C_z} = M_k^* \bar{k}_z^* + M_1^* \bar{i}_z^* = M_k \bar{k}_z + M_1 \bar{i}_z,$$

$$\bar{m}_z = m_{z,z}^* \bar{k}_z^* + m_{z,x}^* \bar{i}_z^* = m_{z,z} \bar{k}_z + m_{z,x} \bar{i}_z.$$

Тут величини без зірочок – фіктивні силові фактори.

Вектор переміщень \bar{u}_0 та варіацію його $\delta \bar{u}_0$ представляємо наступним чином:

$$\bar{u}_0 = u_0 \bar{k}_z + w_0 \bar{j}_z, \delta \bar{u}_0 = \delta u_0 \bar{k}_z + \delta w_0 \bar{j}_z. \quad (16)$$

Кінетичний момент \bar{K}_{C_z} , та варіацію $\frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{u}_0$ представляємо наступним чином:

$$\bar{K}_{C_z} = K_{z,z} \bar{k}_z + K_{z,x} \bar{i}_z, \frac{\partial}{\partial z} \delta u_0 \bar{k}_z + \frac{\partial}{\partial z} \delta w_0 \bar{j}_z. \quad (17)$$

Вектор кутової швидкості виділеного елемента каркасу можна представити у вигляді:

$$\bar{\Omega} = \Omega_x \bar{i} + \Omega_y \bar{j} + \Omega_z \bar{k}, \bar{\Omega} = \left(-\frac{\partial w_0}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial b_1}{\partial z} x \right) \bar{i} + b_1 \bar{k}. \quad (18)$$

Далі враховуємо відомі формули:

$$\frac{\partial \bar{T}^z}{\partial z} \delta \bar{u}_0 = \bar{T}^z \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{u}_0, \frac{\partial \bar{M}_{C_z}}{\partial z} \delta \bar{\Omega} = \bar{M}_{C_z} \frac{\partial}{\partial z} \delta \bar{\Omega}. \quad (19)$$

За аналогією викладок та перетворень роботи [11] і використовуючи таблицю напрямних косинусів [10, 11] отримуємо в кінцевому випадку формули зв'язку між фіктивними і реальними силовими факторами:

$$N^* = A \frac{\partial u_0}{\partial z} - B \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2}, M_1^* = B \frac{\partial u_0}{\partial z} - D \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2}, \quad (20)$$

$$M_k^* = C \frac{\partial b_1}{\partial z}, Q_2^* = F \frac{\partial b_1}{\partial z},$$

де w_0 – вигин каркасу в точці C_z , b_1 – кут повороту перерізу каркасу навколо осі CZ.

Величини A, B, C, D, F – описуються відповідними формулами [10], які характеризують інерційні характеристики поперечного перерізу каркасу СБ. Якщо врахувати одержані формули (16)–(20), то ПМП може бути представлено у скалярному виді.

Висновки

1. Застосування принципу можливих переміщень доцільне для визначення міцносних характеристик та характеристик пружних коливань каркасів панелей СБ, використовуючи їх для аналізу пружної складової навантажень ПСБ.

2. З аналізу проведених теоретичних досліджень випливає, що для статичного або динамічного розрахунку каркас СБ слід представляти як деяке однорідне, просторове тіло.

Каркас замінюється балкою з однорідного матеріалу сталого поперечного перерізу, жорсткісні характеристики якої на згин, кручення і розтяг визначаються на основі формул, що враховують структуру, механічні характеристики і геометричні параметри кожного елемента. В результаті одержуються нелінійні рівняння, що описують сумісні згинні, крутильні та повздовжні коливання каркасу.

Пропоновані формули, на основі яких можна розраховувати не тільки силові і деформаційні характеристики осі вказаної балки, а і напруження і деформації в довільній точці каркасу.

На основі одержаних рівнянь можна одержувати ряд частинних випадків коливань каркасів СБ, як лінійних так і нелінійних; проводити розрахунок необхідних характеристик каркасу з урахуванням його внутрішнього компонування і параметрів конструктивних елементів, з яких він складається.

3. Визначення динамічних характеристик каркасів панелей СБ застосуванням ПМП при крайніх експлуатаційних навантаженнях потребує додаткових теоретичних та експериментальних досліджень. Проте для визначення пружних коливань каркасів панелей СБ з урахуванням питаних експлуатаційних навантажень КА наведені в статті викладки обґрунтовують широке застосування ПМП.

Автори виражають искренню благодарность заведующому отделом Института механики НАН Украины профессору, доктору физико-математических наук Я.Ф. Каюку за содействие в проведении этих исследований.

Література

1. *Ананьев И.В.* Справочник по расчету собственных колебаний упругих систем. – М.: Гостехиздат. – 1946. – 354 с.
2. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. – М.: Наука. – 1965. – 556 с.
3. *Баничук Н.В., Карпов И.И., Климов Д.М., Маркев А.П., Соколов Б.Н., Шаранюк А.В.* Механика больших космических конструкций. – М.: Факториал. – 1997. – 302 с.
4. *Воробьев Н.Н.* Теория рядов. – М.: Наука. – 1986. – 408 с.

5. *Дополнение к эскизному проекту. Космическая система наблюдения Земли "Січ-1М". Пояснительная записка. Часть 1. Космический аппарат "Січ-1М".* – НКАУ-ГКБ "Южное". – 2000. – 172 с.

6. *Згуровский М.З., Бидюк П.И.* Анализ и управление большими космическими конструкциями. – К.: Наукова думка. – 1997. – 450 с.

7. *Иванов Н.М., Лысенко Л.Н.* Баллистика и навигация космических аппаратов. – М.: Дрофа. – 2004. – 544 с.

8. *Корневский Д.Г.* Устойчивость динамических систем при случайных возмущениях параметров. – К.: Наукова думка. – 1989. – 208 с.

9. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. – М.: Госиздат. физ.-мат.лит. – 1960. – 462 с.

10. *Мариношенко О.П., Каюк Я.Ф.* Про один новий підхід до побудови характеристик напруженого деформованого стану крил літаків // I Міжнародна науково-технічна конференція "Гідротехнологія, навігація, керування рухом і конструювання авіаційно-космічної техніки". – Тези доповідей. НТТУ "КПИ". – 2003. – С. 148–156.

11. *Мариношенко О.П., Федоренко В.О., Попель В.М.* Формулювання варіаційного співвідношення типу принципу можливих переміщень стосовно задач динаміки крила // Технологические системы. – 2004. – №3(23). – С. 33–38.

12. *Пискунов Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов. – М.: Физматгиз. – 1961. – 748 с.

13. *Трякин В.П., Шульженко Н.Г., Гонтаровский П.П., Матюхин Ю.И.* Оценка резонансных режимов космического аппарата // Космічна наука та технологія. – 2004. – 9, №4. – С. 40–44.

14. *Черноусько Ф.И., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н.* Управление колебаниями. – М.: Наука. – 1984. – 384 с.

15. *Феофанов А.Ф.* Строительная механика авиационных конструкций. – М.: Машиностроение. – 1964. – 284 с.

16. *Шатихин В.Е., Борисенко В.М., Федоренко В.А., Мариношенко А.П., Попель В.М.* Условия кинематического контакта в задаче об обтекании несущих поверхностей летательного аппарата // Технологические системы. – 2005. – №3. – С. 66–70.

17. *Яблонский А.А., Никифорова В.М.* Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1977. – 900 с.