



УДК 621.721.052:539.4.014

Чепур М.Л.¹, Канченко В.Я.¹, Карнаушенко Р.В.², Мариношенко О.П.²

¹ Інститут проблем безпеки АЕС НАН України. Україна, м. Київ

² Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут». Україна, м. Київ

ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАПРУЖЕНО ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ФІЛЬТРОЕЖЕКЦІЙНОГО ПРИСТРОЮ ЯК НЕОДНОРІДНОЇ МЕХАНІЧНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Анотація

Розглянуто фільтроежекційний пристрій, що є механічною конструкцією довільної внутрішньої структури, яка виконана з неоднорідного матеріалу. Для дослідження напружено деформованого стану такої конструкції виведені формули для визначення компонент тензора деформації і компонент тензора напружень у довільних точках її поперечних перерізів. Також виведені формули для опису внутрішніх інтегральних силових характеристик, що виникають у довільних поперечних перерізах розглянутого фільтроежекційного пристрою.

Abstract

In this paper the filtrational ejection device, which is a mechanical construction with an arbitrary internal structure, that designed with of inhomogeneous material are considered. For studying the stress state of deformable structures are received the formulas for determining the components of the strain and stress tensors at arbitrary points of construction cross sections. Derive a formulas for describing the internal integral force characteristics, which acting in an arbitrary cross section of the filtrational ejection device.

Вступ

Найбільш актуальними та важливими задачами сьогодення в області забезпечення безпеки експлуатації об'єктів підвищеної небезпеки, в тому числі і атомних електростанцій є проведення відео нагляду, вимірювання радіаційного фону, відбір шкідливих речовин поблизу джерел викиду. Такі задачі на даний час вирішуються з застосуванням сучасних технологій та методик, серед яких є застосування безпілотних літальних апаратів (БПЛА).

Відбір шкідливих аерозолів поблизу джерел викиду може бути реалізований за допомогою встановлення на БПЛА фільтроежекційного пристрою (ФЕП), який представляє собою видовжену механічну конструкцію з неоднорідного матеріалу та довільної внутрішньої структури.

В процесі експлуатації розташованого на БПЛА фільтроежекційного пристрою, на нього будуть діяти інтенсивні навантаження в тому числі і динамічні навантаження від його взаємодії з набігаючим повітряним потоком.

При експлуатації ФЕП процеси його деформування та виникаючі коливально-вібраційні навантаження можуть привести до аварійних ситуацій, тому проведення досліджень динамічних процесів і визначення характеристик напружено деформованого стану таких конструкцій є актуальною науково-технічною задачею.

Передумовою щодо дослідження поведінки механічної конструкції (ФЕУ) при її експлуатації є чітке та достовірне визначення її жорсткісних характеристик та характеристик напружено деформованого стану. Цю задачу прийнято вирішувати на основі механіки деформівного твердого тіла, за допомогою аналітичних і чисельних методів.

Вибір найбільш ефективного метода тісно пов'язаний з моделями поведінки розглядуваної конструкції, ідеалізацією реальних властивостей матеріалу та типу зовнішніх навантажень.

Постановка задачі

В роботі ставиться задача щодо розробки методики визначення характеристик напружено-деформованого стану (НДС) механічних конструкцій, що мають неоднорідну внутрішню структуру та знаходяться під дією довільних зовнішніх та внутрішніх, статичних та динамічних навантажень.

Опис механічної системи, припущення і системи відліку

Узагальнюючи різні типи методів визначення характеристик НДС, можна розділити їх на наступні групи: методи сумісного аналізу традиційних конструктивних елементів типу стержнів, балок та оболонок різної конфігурації [1, 2]; методи на основі яких здійснюється приведення всіх характеристик конструктивно-силових елементів конструкції до певного типу елемента конструктивної схеми — так званий метод редуційних коефіцієнтів та різноманітні його модифікації [2, 4].

В якості механічного об'єкта дослідження розглядається фільтроежекційний пристрій як видовжена механічна конструкція з неоднорідного матеріалу та довільної внутрішньої структури (рис. 1).

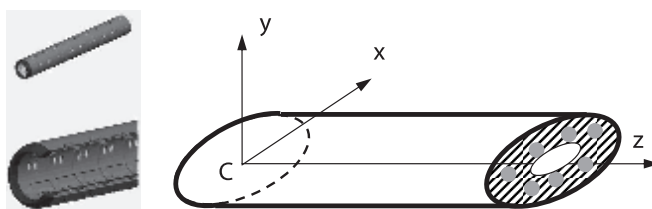


Рис. 1. Фільтроежекційний пристрій — видовжена механічна конструкція з неоднорідного матеріалу

В роботі пропонується досі не реалізований у існуючих методиках підхід, до аналізу НДС неоднорідних механічних конструкцій та елементів таких конструкцій зокрема. ФЕП як механічну конструкцію спочатку трактуємо як просторове видовжене тіло, поперечний переріз якого в загальному випадку може бути лінійно-змінним по довжині. Цей переріз конструкції може бути не обов'язково суцільним чи пустотілим, а з довільним розподілом однорідних ізотропних матеріалів (мас) в середині. Вказані перерізи можуть мати вигляд багатозв'язних областей. Досліджувану механічну конструкцію інтерпретуємо як видовжену балку — стержень з певним розподілом маси по поперечному перерізу, зовнішній контур якого залишається незмінний в процесі деформування.

Для формулювання методів розрахунку характеристик НДС, пропонується використовувати підходи просторової (в загальному нелінійної) теорії пружності однорідних і неоднорідних матеріалів [3].

Розглядаємо два стани механічної конструкції: недеформований стан якої називаємо конфігурацією S_0 , та деформований — конфігурацією S_t . Опишемо в S_0 форму і геометричні параметри конструкції ФЕП. Насамперед зауважуємо, що на ряду з ФЕП можна розглядати так звані абстрактні конструкції, тобто такі як більш менш довільної форми і розмірів, з яких можна отримати конкретні існуючі в практиці типи конструктивних елементів. Область кріплення ФЕП до основи називаємо, як це прийнято, кореневим перерізом. Форму вказаного поперечного перерізу вибираємо у загальному вигляді, який зображений на рис. 2.

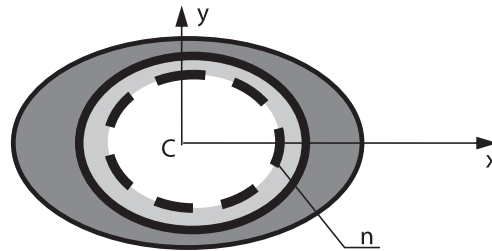


Рис. 2. Кореневий переріз ФЕП

Ділянки, що не містять конструктивних елементів (n) також можуть бути заповнені елементами які відносяться до поперечного силового набору — такими як шпангоутами та нервюрами. В цьому перерізі вибираємо в центрі мас (т. C) початок системи координат $Sxyz$, яку називаємо кореневою системою, вісь Sy направляємо вертикально вгору, а вісь Sz направляємо по довжині конструкції. Цю систему будемо обирати за інерціальну при рівномірному і прямолінійному русі основи (літак-носії (БПЛА)) до якої кріпиться ФЕП. На рис. 2 наведено області поперечного перерізу конструкції, матеріали, які займають відповідні області, вважаємо однорідними ізотропними але в загальному різними. Орти цієї системи координат позначаємо через $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Вважаємо що просторова форма досліджуваної конструкції утворюється неперервним рухом кореневого перерізу по осі Sz з відповідним зменшенням його розмірів, тобто вони утворюються перетворенням з певним коефіцієнтом переходу, за який приймаємо величину $k = 1 - \frac{z}{l}$, де l — довжина конструкції.

Розглядаємо в S_0 довільний поперечний переріз конструкції, який знаходиться на віддалі z від кореневого перерізу; тут вводимо локальну систему C_z, x_z, y_z, z_z , де C_z — центр мас цього перерізу, однійменні осі паралельні осям кореневої системи координат. Орти вказаної системи координат — $\vec{i}_z, \vec{j}_z, \vec{k}_z$. Тоді координати точок z -перерізу визначаємо згідно формул $x_z = kx, y_z = ky$; елемент площі цього перерізу означимо як $d\Omega_z = k^2 d\Omega$, де $d\Omega$ — елемент площі кореневого перерізу.

В процесі експлуатації досліджуваної конструкції на неї діють різного типу зовнішні розподілені і зосереджені навантаження, які обумовлюються її вагою і агрегатів, що можуть бути розміщені в середині та (або) на ній. В результаті дії цих сил конструкція буде згинатись в площинах zSy, zSx , під дією відповідних моментних та силових навантажень а також закручуватись навколо вісі Sz та розтягуватись (стискатись) вздовж цієї ж вісі. При дії вказаних сил ФЕП, як трьохвимірне, порожнисте, скелетне тіло може деформуватись по-різному, що значно ускладнює дослідження; тому необхідні певні припущення, які відповідають процесу деформування:

а) при дії вказаних сил відносні деформації малі порівняно з одиницею, а кути повороту перерізів можуть бути різної величини; (таке припущення є коректним до умов експлуатації механічних конструкцій);

б) z -перерізи при деформуванні вважаємо в середньому плоскими, нахиленими під певним кутом до осі крила Sz і мало змінюючими свою форму в процесі деформування. Тут термін «в середньому» слід розуміти так: поперечний переріз в S_t може депланувати і змінювати свою форму, але сумарний (інтегральний) ефект появи вказаних явищ буде незначним.

Надалі величини, які відносяться до деформованого стану будемо позначати «*». Тоді локальну систему відліку в точці C_2^* позначаємо через $C_2^*x_2^*y_2^*z_2^*$, а орти базису відповідно $\vec{i}_2^*, \vec{j}_2^*, \vec{k}_2^*$; в загальному це буде косокутна система координат. В C_t коренева система координат також приймається інерціальною.

Характеристики деформованого і напруженого стану в довільних точках конструкції

Зрозуміло, що закони переміщення точок довільного, нормального до осі в Cz перерізу будуть мати просторовий характер; звідси виникла необхідність задавати спеціальні апроксимації компоненти векторів переміщення довільних точок гіпотетично-суцільного перерізу.

Суть вказаного підходу полягає в наступному [5]. Позначимо через $\vec{U}_s = \vec{U}_s(x, y, z, t)$ – вектор переміщення довільної точки M, що належить досліджуваному механічному об’єкту.

$$\vec{U} = U_1(x, y, z, t)\vec{i} + U_2(x, y, z, t)\vec{j} + U_3(x, y, z, t)\vec{k} \tag{1}$$

Пропонується вказані компоненти апроксимувати наступним чином:

$$\begin{aligned} U_1 &= v_0 + \sum_{i+j \geq 1}^{\infty} c_{ij}(z)x^i y^j, \\ U_2 &= w_0 + \sum_{i+j \geq 1}^{\infty} b_{ij}(z)x^i y^j, \\ U_3 &= u_0 + \sum_{i+j \geq 1}^{\infty} a_{ij}(z)x^i y^j. \end{aligned} \tag{2}$$

В досліджуваній конструкції по напрямку осі Cz вводимо в розгляд деяку фіктивну матеріалізовану лінію; до точок цієї лінії в кожному z-перерізі будемо приводити всі характеристики. Тоді у формулах (2) величини $v_0(z), w_0(z), u_0(z)$ слід розглядати як компоненти вектора переміщень цієї лінії.

В системі відліку $Cxyz$ вводимо в розгляд компоненти тензора деформацій:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

де $\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U_1}{\partial x}$, $\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial U_2}{\partial x} \right)$ визначаються за формулами Коші [3]; решту компонент одержуємо операцією циклічної перестановки.

Підставляючи (2) в (3) одержуємо:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \sum_{i+j \geq 1}^N ic_{ij}(z)x^{i-1}y^j, \quad \varepsilon_{yy} = \sum_{i+j \geq 1}^N jb_{ij}(z)x^i y^{j-1}, \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_0}{\partial z} + \sum_{i+j \geq 1}^N \frac{\partial a_{ij}}{\partial z} x^i y^j, \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \sum_{i+j \geq 1}^N (jc_{ij}(z)x + ib_{ij}(z)y)x^{i-1}y^{j-1}, \\ \varepsilon_{zx} &= \frac{1}{2} \frac{\partial v_0}{\partial z} + \frac{1}{2} \sum_{i+j \geq 1}^N \left(ja_{ij}(z)y + \frac{\partial c_{ij}(z)}{\partial z} xy \right) x^{i-1}y^{j-1}, \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \frac{\partial w_0}{\partial z} + \frac{1}{2} \sum_{i+j \geq 1}^N \left(ja_{ij}(z)x + \frac{\partial b_{ij}(z)}{\partial z} xy \right) x^{i-1}y^{j-1}. \end{aligned} \tag{4}$$



Вважаємо матеріал досліджуваної конструкції в загальному кусково неоднорідним ізотропним. Розглянемо в C_t довільний поперечний переріз з локальною системою відліку $C_z^* x_z^* y_z^* z_z^*$; позначаємо через $\sigma_{zz}^*, \sigma_{zx}^*, \sigma_{zy}^*$ компоненти тензора напружень, які означені в точках поперечного перерізу який зайнятий відповідним матеріалом. Позначимо через напруження, які діють по площадкам, що паралельні координатній площині $z_z^* C_z^* y_z^*$; через $\sigma_{yy}^*, \sigma_{yx}^*, \sigma_{yz}^*$; напруження по площадкам, які паралельні площині $x_z^* C_z^* z_z^*$ позначаємо $\sigma_{xx}^*, \sigma_{xy}^*, \sigma_{xz}^*$.

Для вказаних компонент напружень можна написати співвідношення закону Гука [2]:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^* &= \lambda e + 2\mu \varepsilon_{xx} = \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu \varepsilon_{xx}, \\ \sigma_{yy}^* &= \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu \varepsilon_{yy}, \\ \sigma_{zz}^* &= \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu \varepsilon_{zz}, \\ \sigma_{zx}^* &= 2\mu \varepsilon_{zx}, \sigma_{zy}^* = 2\mu \varepsilon_{zy}, \sigma_{xy}^* = 2\mu \varepsilon_{xy}.\end{aligned}\quad (5)$$

В цих формулах позначено: $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, де E, ν – модуль пружності першого роду та коефіцієнт Пуассона відповідно.

Підставимо вирази (4) в (5), одержуємо:

$$e = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \sum_{i+j \geq 1}^N x^{i-1} y^{j-1} \left(ic_{ij}(z)y + b(z)x + \frac{\partial a_{ij}(z)}{\partial z} xy \right) + \frac{\partial u_0}{\partial z}.\quad (6)$$

Тоді

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^* &= \lambda \frac{\partial u_0}{\partial z} + \sum_{i+j \geq 1}^N \left(ic_{ij}(z)y(\lambda + 2\mu) + \lambda j b_{ij}(z)x + \lambda \frac{\partial a_{ij}(z)}{\partial z} xy \right) x^{i-1} y^{j-1}, \\ \sigma_{yy}^* &= \lambda \frac{\partial u_0}{\partial z} + \sum_{i+j \geq 1}^N \left(ic_{ij}(z)y + j b_{ij}(z)x(\lambda + 2\mu) + \lambda \frac{\partial a_{ij}(z)}{\partial z} xy \right) x^{i-1} y^{j-1}, \\ \sigma_{zz}^* &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_0}{\partial z} + \sum_{i+j \geq 1}^N \left(ic_{ij}(z)y + \lambda j b_{ij}(z)x + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial a_{ij}(z)}{\partial z} xy \right) x^{i-1} y^{j-1}, \\ \sigma_{xy}^* &= \mu \sum_{i+j \geq 1}^N (jc_{ij}(z)x + ib_{ij}(z)) x^{i-1} y^{j-1}, \sigma_{zx}^* = \mu \frac{\partial v_0}{\partial z} + \mu \sum_{i+j \geq 1}^N \left(ja_{ij}(z)y + \frac{\partial c_{ij}(z)}{\partial z} xy \right) x^{i-1} y^{j-1}, \\ \sigma_{yz}^* &= \mu \frac{\partial w_0}{\partial z} + \mu \sum_{i+j \geq 1}^N \left(ja_{ij}(z)x + \frac{\partial b_{ij}(z)}{\partial z} xy \right) x^{i-1} y^{j-1}.\end{aligned}\quad (7)$$

Для
визначення ко-

ефіцієнтів розкладів (2) можна запропонувати наступний підхід. Розглянемо довільний фіксований переріз z^* ; в площині цього перерізу мають місце наступні компоненти деформацій $\varepsilon_{zz}(x, y, z^*), \varepsilon_{zx}(x, y, z^*), \varepsilon_{zy}(x, y, z^*)$; останні дві компоненти відповідають за зміну форми поперечного перерізу.

В реальних умовах експлуатації більшості конструкцій найбільш характерними деформаціями є деформації згину і кручення, за рахунок яких виникають відповідно $\varepsilon_{zz}, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{zy}$. Оскільки при деформуванні слід очікувати незначну зміну форми поперечних перерізів і форми досліджуваної конструкції в цілому, то деформації $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{yz}$ будуть малими величинами порівняно з ε_{zz} . Ступінь малості цих деформацій можна описувати по-різному, тому використовуючи інтегральний підхід, вказані деформації можна вважати малими, якщо виконуються наступні інтегральні співвідношення:

$$\frac{1}{\Omega_z} \int_{\Omega_z} x^i y^j \varepsilon_{xy} d\Omega_z = 0; \frac{1}{\Omega_z} \int_{\Omega_z} \varepsilon_{zy} x^i y^j d\Omega_z = 0; \frac{1}{\Omega_z} \int_{\Omega_z} \varepsilon_{zx} x^i y^j d\Omega_z = 0.\quad (8)$$

Для проведения дальнейших исследований обмежимося випадком, покладаючи у формулах (2) $N=1$

$$\begin{aligned} U_1 &\approx v_0(z,t) + c_1(z,t)x + c_2(z,t)y, \\ U_2 &\approx w_0(z,t) + b_1(z,t)x + b_2(z,t)y, \\ U_3 &\approx u_0(z,t) + a_1(z,t)x + a_2(z,t)y, \end{aligned} \quad (9)$$

де відповідно до (2) перепозначено $c_1(z,t) = c_{10}(z,t); c_2(z,t) = c_{01}(z,t); \dots$

Співвідношення (9) можна трактувати, як формули афінного перетворення точок поперечного перерізу Ω_z досліджуваного механічного об'єкту. Для опису більш загальних випадків, серед яких розглядається явище деплاناції поперечних перерізів, в виразах (2) необхідно брати до уваги більшу кількість доданків, але це приведе до ускладнення подальших аналітичних досліджень, тому на першому етапі можемо обмежитись лінійними представленнями виразів (2).

Виразам (9) згідно з (4) та (7) відповідають наступні компоненти тензорів деформацій і напружень.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= c_1, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}(c_2 + b_1), \quad \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2} \frac{\partial v_0}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(a_1 + \frac{\partial c_1}{\partial z} x + \frac{\partial c_2}{\partial z} y \right), \\ \varepsilon_{yy} &= b_2, \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \frac{\partial w_0}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(a_2 + \frac{\partial b_1}{\partial z} x + \frac{\partial b_2}{\partial z} y \right), \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial a_1}{\partial z} x + \frac{\partial a_2}{\partial z} y. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^* &= \lambda \frac{\partial u_0}{\partial z} + \lambda b_2 + \lambda \frac{\partial a_2}{\partial z} y + c_1(\lambda + 2\mu) + \lambda \frac{\partial a_1}{\partial z} x, \\ \sigma_{yy}^* &= \lambda \frac{\partial u_0}{\partial z} + (\lambda + 2\mu)b_2 + \lambda \frac{\partial a_2}{\partial z} y + c_1\lambda + \lambda \frac{\partial a_1}{\partial z} x, \\ \sigma_{zz}^* &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_0}{\partial z} + \lambda b_2 + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial a_2}{\partial z} y + c_1\lambda + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial a_1}{\partial z} x, \\ \sigma_{zx}^* &= \mu \frac{\partial v_0}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial c_2}{\partial z} y + a_1 + \frac{\partial c_1}{\partial z} x \right), \quad \sigma_{xy}^* = \mu(c_2 + b_1), \\ \sigma_{zy}^* &= \mu \frac{\partial w_0}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial b_2}{\partial z} y + a_2 + \frac{\partial b_1}{\partial z} x \right). \end{aligned} \quad (11)$$

В умовах (8) приймаючи $i=j=0$ отримуємо з співвідношення (10), наступні залежності між шуканими функціями

$$c_2 = -b_1, \quad a_1 = -\frac{\partial v_0}{\partial z}, \quad a_2 = -\frac{\partial w_0}{\partial z}. \quad (12)$$

Після підстановки співвідношення (12) в (10), (11) одержимо вирази для визначення компонент тензорів деформацій і напружень в довільних точках досліджуваного механічного об'єкта.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^* &= \lambda \frac{\partial u_0}{\partial z} + \lambda b_2 - \lambda \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y + c_1(\lambda + 2\mu) - \lambda \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x, \\ \sigma_{yy}^* &= \lambda \frac{\partial u_0}{\partial z} + (\lambda + 2\mu)b_2 - \lambda \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y + c_1\lambda - \lambda \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x, \\ \sigma_{zz}^* &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_0}{\partial z} + \lambda b_2 - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y + c_1\lambda - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x, \\ \sigma_{zx}^* &= \mu \frac{\partial v_0}{\partial z} + \mu \left(-\frac{\partial b_1}{\partial z} y + a_1 + \frac{\partial c_1}{\partial z} x \right), \quad \sigma_{xy}^* = \mu(c_2 + b_1), \\ \sigma_{zy}^* &= \mu \frac{\partial w_0}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial b_2}{\partial z} y + a_2 + \frac{\partial b_1}{\partial z} x \right), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\varepsilon_{xx} = c_1, \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}(c_2 + b_1), \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial c_1}{\partial z}x + \frac{\partial b_1}{\partial z}y\right),$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial b_1}{\partial z}x + \frac{\partial b_2}{\partial z}y\right), \varepsilon_{yy} = b_2, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2}x - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2}y.$$

Силові характеристики для аналізу напруженого стану конструкції

Розглянемо довільну точку M^* перерізу конструкції ФЕП в C_i яка належить його матеріальній частині. $\vec{\sigma}^z$ – вектор напруження, що прикладається в точці M^* ; розкладемо цей вектор на наступні складові

$$\vec{\sigma}^z = \sigma_{zz}^* \vec{k}_z^* + \sigma_{zx}^* \vec{i}_z^* + \sigma_{zy}^* \vec{j}_z^* \quad (14)$$

Надалі будемо вважати, що розглядувана механічна конструкція в вигляді видовженого стержня має малу площу поперечного перерізу в порівнянні з площею його бічної поверхні. Приймаючи це до уваги, з використанням принципу Сен-Венана [3], можемо стверджувати, що замість різномайття діючих на конструкцію навантажень можна розглядати будь-яку іншу, їй статично еквівалентну систему зусиль, обрану з міркувань зручності рішення. Тому вказані напруження представимо їх інтегральними характеристиками, а саме, головним вектором сил і головним моментом; за центр прикладання вказаних силових факторів обираємо центр мас перерізу досліджуваної конструкції (точку C_z). Головний вектор і головний момент від дії вказаного напруження представимо, згідно з [3] у наступному виді .

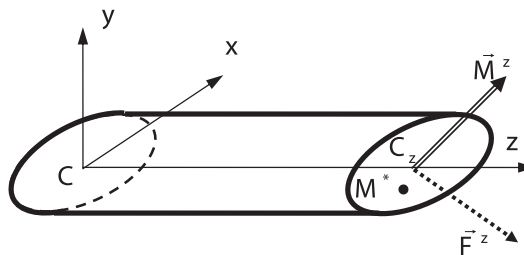


Рис. 3. Інтегральні силові фактори

$$\vec{F}^z = \int_{\Omega_z} \vec{\sigma}^z d\Omega_z, \quad \vec{M}^z = \int_{\Omega_z} \vec{\rho}_z \times \vec{\sigma}^z d\Omega_z, \quad (15)$$

де $\vec{\rho}_z = x \vec{i}_z + y \vec{j}_z$ – радіус вектор точки M^* з початком в C_z .

Для подальшого спрощення міркувань можна, крім того, скористатися принципом накладання [3], що дозволяє розглядати окремо системи навантажень, статично еквівалентні кожному з шести компонентів двох векторів \vec{F}^z і \vec{M}^z . При цьому компоненту F_z буде відповідати розтягання (або стискання) стержня уздовж його осі z ; компонентам F_x, F_y згин стержня поперечними силами, прикладеними на його кінці; компонентам M_x, M_y згин стержня парами сил, доданими на його кінці, і, нарешті, компоненту M_z – відповідатиме кручення стрижня парою сил прикладеною на його кінці. Таким чином, задача розпадається на чотири, а саме :а) розтяг, б) згин парою сил, в) кручення, г) згин поперечною силою. При цьому вирази для визначення компонент інтегральних силових факторів матимуть наступний вид

$$F_x = \iint_{\Omega_z} \sigma_{xz} d\Omega_z = \iint_{\Omega_z} f_x d\Omega_z, \quad F_y = \iint_{\Omega_z} \sigma_{yz} d\Omega_z = \iint_{\Omega_z} f_y d\Omega_z, \quad F_z = \iint_{\Omega_z} \sigma_{zz} d\Omega_z = \iint_{\Omega_z} f_z d\Omega_z,$$

$$M_x = \iint_{\Omega_z} y \sigma_{zz} d\Omega_z = \iint_{\Omega_z} y f_z d\Omega_z, \quad M_y = -\iint_{\Omega_z} x \sigma_{zz} d\Omega_z = -\iint_{\Omega_z} x f_z d\Omega_z,$$

$$M_z = \iint_{\Omega_z} (\sigma_{yz} x - \sigma_{xz} y) d\Omega_z = \iint_{\Omega_z} (f_y x - f_x y) d\Omega_z, \quad (16)$$

де $\vec{f}_z = f_x \vec{i} + f_y \vec{j} + f_z \vec{k}$ – вектор поверхневого навантаження.

Раніше було відмічено що матеріали досліджуваного механічного об'єкта і його всіх підкріплюючих конструктивних елементів є однорідними ізотропним, конструкція лінійно – пружно деформується. Тоді для кожної області поперечного перерізу буде мати місце закон Гука.

$$\sigma_{zz} = \frac{E}{1+\nu} \left[\varepsilon_{zz} + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \right] \approx E \frac{1-\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} \varepsilon_{zz},$$

$$\sigma_{zy} = 2\mu\varepsilon_{zy}, \quad \sigma_{zx} = 2\mu\varepsilon_{zx}.$$

Звідки знаходимо

$$\sigma_{zz} \approx E^* \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y \right), \quad \sigma_{xz} = \mu \left(\frac{\partial c_1}{\partial z} x + \frac{\partial b_1}{\partial z} y \right), \quad \sigma_{yz} = \mu \left(\frac{\partial b_1}{\partial z} x + \frac{\partial b_2}{\partial z} y \right), \quad \sigma_{xy} = \mu(c_2 + b_1),$$

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1+\nu} \left[c_1 + \frac{\nu}{1-2\nu} \left(c_1 + b_2 + \frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y \right) \right] \approx E^* c_1 + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(b_2 + \frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y \right),$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{1+\nu} \left[b_2 + \frac{\nu}{1-2\nu} \left(c_1 + b_2 + \frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y \right) \right] \approx E^* b_2 + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(b_2 + \frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y \right), \quad (17)$$

де $E^* = E \frac{1-\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} - \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}$.

Для випадку деформування конструкції під дією згинаючих та крутильних моментів, а також припускаючи, що $\varepsilon_{xx}^*, \varepsilon_{yy}^* \ll \varepsilon_{zz}^*$, співвідношення (17) спрощуємо до наступного виду

$$\sigma_{zz} = E^* \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y \right), \quad \sigma_{xz} = \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} y, \quad \sigma_{yz} = \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} x$$

Використовуючи вирази (16), (17) встановимо співвідношення для визначення компонент внутрішніх силових факторів, діючих в розглядуваному перерізі конструкції.

$$F_x = \iint_{\Omega_z} \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} y d\Omega_z = \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} W_x,$$

$$F_y = \iint_{\Omega_z} \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} x d\Omega_z = \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} W_y,$$

$$F_z = \iint_{\Omega_z} E^* \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y \right) d\Omega_z = E^* \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} \Omega_z - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} W_y - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} W_x \right),$$

$$M_x = \iint_{\Omega_z} E^* \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} y - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} xy - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} y^2 \right) d\Omega_z = E^* \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} W_x - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} I_{xy} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} I_{yy} \right), \quad (18)$$

$$M_y = -\iint_{\Omega_z} E^* \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} x - \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} x^2 - \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} yx \right) d\Omega_z = E^* \left(-\frac{\partial u_0}{\partial z} W_y + \frac{\partial^2 v_0}{\partial z^2} I_{xx} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} I_{xy} \right),$$

$$M_z = \iint_{\Omega_z} \left(\mu \frac{\partial b_1}{\partial z} x^2 - \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} y^2 \right) d\Omega_z = \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} I_{xx} - \mu \frac{\partial b_1}{\partial z} I_{yy},$$

де Ω_z , W_x , W_y , I_{xx} , I_{yy} , I_{xy} – площа, статичні моменти та моменти інерції розглядуваного поперечного перерізу ФЕМ, процедура визначення яких пропонується наступна.

Враховуючи той факт що маса розподіленого матеріалу в поперечному перерізі повинна відповідати масі матеріалу вихідного поперечного перерізу, моменти інерції та статичні моменти



досліджуваних перерізів ФЕП визначаємо відносно осей обраних систем координат і вважаємо приведеними до центрів мас перерізів ФЕП, наприклад так, як це наведено в роботі [5].

З наведених остаточних формул (18) невідомими функціями є наступні $u_0(z,t)$, $v_0(z,t)$, $w_0(z,t)$, $b_1(z,t)$. Для визначення вказаних функцій в наступних публікаціях авторів будуть сформулювати відповідні граничні і початкові умови, виведені рівняння взаємопов'язаних згинно-крутильних рухів (коливань) досліджуваної конструкції, та отримано їх частинний варіант — так звані лінеаризовані рівняння, які будуть використані для дослідження різного типу коливальних процесів в попередньо навантаженої конструкції ФЕП, дослідження НДС в точках та перерізах досліджуваного пристрою та дослідження явищ втрати статичної і динамічної стійкості фільтроежекційного пристрою в процесі експлуатації.

Висновки

В роботі застосовано, виходячи із основних положень просторової теорії пружності, метод апроксимації переміщень довільних точок просторової видовженої конструкції на прикладі досліджуваного фільтроежекційного пристрою, які з одного боку здатні описувати різні типи згинних крутильних деформацій, а з другого — є порівняно простими в практичних застосуваннях.

Встановлено формули для визначення компонент тензора деформації та компонент тензора напружень в довільних точках поперечного перерізу досліджуваної конструкції — ФЕП.

Виведені формули для опису інтегральних силових характеристик в довільному поперечному перерізі досліджуваного механічного об'єкта і наведена методика визначення його приведених геометричних та інерційних характеристик.

Література

1. Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов. М.: Мир, 1976. — 669 с.
2. *Сопротивление* материалов / Под общ. ред. Г. С. Писаренко. — К.: Вища шк. — 1979. — 696 с.
3. Новожилов В.В. Теория упругости. — Л.: Судпромгиз, 1958. — 372 с.
4. Кан С.Н. Расчет самолета на прочность. — М.: Оборонгиз, 1958. — 292 с.
5. Каюк Я.Ф., Мариношенко О.П. Метод побудови характеристик напруженого і деформованого стану крил літаків / Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2004. — № 3. — С. 83–89.